|  |
| --- |
| **МОУ ЮЛОВСКАЯ ОСНОВНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА ИНЗЕНСКОГО РАЙОНА УЛЬЯНОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  **УРОК – ЛЕКЦИЯ** **ПО АЛГЕБРЕ** (9 класс) **НА ТЕМУ** **« АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ ».****( 2 урока ).** РАЗРАБОТАЛА УЧИТЕЛЬНИЦА МАТЕМАТИКИ МОУ ЮЛОВСКАЯ ООШ ЗУБКОВА НАТАЛЬЯ ИВАНОВНА |

**УРОК – ЛЕКЦИЯ НА ТЕМУ**

 **« АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ».** ( 2УРОКА ).

**ЦЕЛЬ УРОКА:**

 - Расширить знания учащихся о последовательностях, ввести понятие арифметической прогрессии, формулу п-го члена и формулу суммы п первых членов арифметической прогрессии и их вывод.

 - Способствовать воспитанию у учащихся логического мышления, внимания и аккуратности при применении формул

п-го члена и суммы п первых членов арифметической прогрессии. Вызвать интерес учащихся к математике.

 - Способствовать формированию у учащихся:

 умения анализировать математическое предложение;

умения выделять среди последовательностей арифметическую прогрессию;

умения записывать, выполнять вывод формул п-го члена и суммы п первых членов арифметической прогрессии и применять их при решении задач.

**ПЛАН:**

1.Обосновать необходимость изучения темы.

2.Предоставить возможность учащимся самим дать определение арифметической прогрессии и свойство ее членов.

3. Провести вместе с учащимися вывод формулы п-го члена арифметической прогрессии . Решение ключевых задач.

4.Провести вместе с учащимися вывод формул суммы п первых членов арифметической прогрессии. Решение ключевых задач.

5. Легенда о немецком математике Гауссе.

6. Историческая справка о Колмогорове А.Н.

7. Постановка проблемных вопросов, близко примыкающих к теме, предназначенных для самостоятельной работы( с указанием литературы).

8. Домашнее задание.

**ХОД УРОКА.**

**1.Организационный момент.**

**2. Постановка цели урока перед учащимися.**

Научиться выделять среди всех последовательностей

арифметическую прогрессию и ее свойства.

**3.Повторение с целью проверки уровня усвоения пройденного и подведения к новому материалу.**

***УСТНАЯ ФРОНТАЛЬНАЯ РАБОТА.***

 1. Назовите первые пять членов последовательности ( ап), если ап = п2+ 5

 2. Выделите общее свойство членов последовательностей:

 2;3;4;5;…

 14;12;10;8;…

 -3;-4;-5;….

 0,3;0,6;0,9;…

ВОПРОСЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ПОДВЕДЕНИИ ИТОГОВ ФРОНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ:

 1.Что такое последовательность?

 2. Какие бывают последовательности? Приведите примеры.

 3.Какие существуют способы задания последовательностей?

 Приведите примеры.

**4.Ознакомление с новым материалом и его закрепление.**

1.*ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.*

ЗАДАЧА.

 Вертикальные стержни фермы имеют такую длину: наименьший 5дм, а каждый следующий на 2дм длиннее. Запишите длину семи стержней фермы (см. рисунок ).

1)*Запишите последовательность в соответствии с условием задачи.*

5;7;9;11;13;15;17.

2) *Запишите последовательность с помощью таблицы*.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *а1* | *а2* | *а3* |  *а4* | *а5* | *а6* | *а*7 |
| 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |

3*) Найдите разность между предыдущим и последующими членами последовательности.*

 *а2 -*  *а1* =7-5=2 *а3* - *а2* =9-7=2

  *а4* - *а 3*=11-9=2 *а5* - *а4*=13-11=2

 *а6* - *а5* =15-13=2 *а*7 - *а6* =17-15=2

d-разность ;

d= *а2 - а1 = а3 - - а2 =* *а4 - а3 = …*

d= *ап+1 – ап*

 - разность

4)*Задайте эту последовательность с помощью рекуррентной формулы.*

*а1 =*  5, *ап+1  = ап +2*

**УЧИТЕЛЬ:**

Такая последовательность называется арифметической прогрессией. Термин «прогрессия» (от лат. *рrogressio* — движение вперед) был введен римским философом Боэцием в VI в. и понимался просто как последователь­ность чисел, построенная по такому за­кону, который позволяет неограничен­но продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее вре­мя термин «прогрессия» в этом широком смысле не применяется; вместо этого употребляют слово последовательность. Но два простых и важных для практиче­ских нужд вида последовательностей со­хранили свои старые названия, правда, их уже дополнили прилагательными — арифметическая и геометрическая.

 Арифметическая прогрессия появилась с возникновением натуральных чисел, так как каждое следующее натуральное число на 1 больше предыдущего.

5*) Попробуйте дать определение арифметической прогрессии*.

 Учащиеся пытаются сформулировать

 определение, учитель им помогает.

 6) *Работа с учебником.*

 Учащиеся находят правило в учебнике, один из учащихся

 читает определение вслух.

7) *Найдите среднее арифметическое чисел 5 и 9.*

 (5+9):2=7.

8) *Справедлива ли такая закономерность для любых трех членов арифметической прогрессии?*

 *(а1+ а3 ) :2= а2 (5+9):2=7, а2=7,*

9) *Докажите, что для членов арифметической прогрессии справедлива закономерность*

d= *ап+1  - ап =ап+2  - ап+1=…*

*ап+1  - ап =ап+2  - ап+1*

2 *ап+1  = ап+2  + ап*

*ап+1  =( ап+2  + ап):2*

*ап+1  =( ап+2  + ап):2*

 - свойство членов арифметической прогрессии.

ВЫВОД:

 Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии. Отсюда и произошло название прогрессии- арифметическая.

ПРИМЕР.1. Дано:( *ап*)-арифметическая прогрессия,

 *а1 =4,d= 7.*

 Найти: первые пять членов, т.е. *а2, а3, а4, а5*

 Решение:

*а2 = а1+ d=4+7=11*

*а3= а2+ d=11+7=18*

 *а4 = а3+ d=18+7=25*

*а5 = а4+* *d=25+7=32*

Ответ: 4;11;18;25;32.

*2.ВЫВОД ФОРМУЛЫ п-го ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.*

( *ап* )- арифметическая прогрессия,

d-разность прогрессии,

 *а1* - первый член .

*а2  = а1 +* d

*а3= а2+* d = *а1+* d + d = *а1 +2* d

*а4 = а3+* d = *а1 +2* d + d = *а1 +3*d

………………………………

|  |
| --- |
| *ап  ап  = а1  + (п-1)* d |

 - формула *п-го* члена арифметической прогрессии.

ПРИМЕР.2. Дано: (*ап* )-арифметическая прогрессия,d=3, *а1=20,*

 Найти: *а5 ,а12* .

 Решение: *ап  = а1  + (п-1)* d

*а5= а1  + (5-1)* d

*а5=20+4\*3=32*

*а12= а1  + (12-1)* d

*а12=20+11\*3=53*

*Ответ: а5=32, а12=53.*

ПРИМЕР.3. Дано: 15; 13; 11;… -арифметическая прогрессия.

 Найти: *а11*

 Решение:

*а1=15,* *а2=13, d= а2 – а1*

 d=13-15= - 2,

  *ап  = а1  + (п-1) d*

*а11 = а1  + (11-1)* d

*а11 = 15 + 10\*(-2)=-5.*

*Ответ: а11=-5.*

*3.ВЫВОД ФОРМУЛЫ СУММЫ п ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.*

1)*Постановка проблемы.*

 2;5;8;11;14.-арифметическая прогрессия. Найдите сумму первых пяти членов этой прогрессии.

2)*Изобразим эти числа с помощью ступенчатой фигуры (используя клетки тетради).*

В Д О

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

А С Е

3) *Дополним эту фигуру АВДС до прямоугольника АВОЕ*.

4) *Получим две равные фигуры: АВДС=ОЕСД.*

 Следовательно, равны их площади: S(АВДС)=S(ОЕСД).

5) *Найдем площадь фигуры АВОД как площадь прямоугольника*.

S(ABGE)= AE\*AB

S(ABGE)=(AC +CE)\*AB
2 S(ABDC)=( первый член + п-й член) \* число членов

S(ABDC)*=*$\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}$*n*

$$S=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n$$

S*n- сумма n – первых членов арифметической прогрессии.*

|  |
| --- |
| $$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n$$ |

-формула суммы п первых членов арифметической прогрессии.

$$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n$$

  *ап  = а1  + (п-1) d*

$$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{1}+\left(n-1\right)d}{2}n$$

$$S\_{n}=\frac{2a\_{1 }+(n-1)d}{2}$$

|  |
| --- |
| $$S\_{n}=\frac{2a\_{1 }+(n-1)d}{2}$$ |

-формула суммы п первых членов арифметической прогрессии.

ПРИМЕР.4. Дано: (*ап*)-арифметическая прогрессия,

 *а1=-40, а5= -32.*

 Найти:S5.

 Решение:

$$S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}n$$

$S\_{5}$*=*$\frac{a\_{1}+a\_{5}}{2}5$

$$S\_{5}=\frac{-40+(-32)}{2}5$$

S5=-180

*Ответ: S5=-180.*

ПРИМЕР.5. Дано:8;4;0;…-арифметическая прогрессия.

 Найти:S20

 Решение:

$$S\_{n}=\frac{2a\_{1 }+(n-1)d}{2}$$

$S\_{20}=\frac{2a\_{1 }+(20-1)d}{2}$20

*d= a2 – a1=4-8=-4*

$S\_{20}=\frac{ 2\*8 +\left(20-1\right)(-4)}{2}$20 =- 600 .

Ответ: -600.

4 .СООБЩЕНИЕ УЧАЩЕГОСЯ.

 Крупнейший немецкий математик Карл Гаусс (1777— 1855) в

раннем возрасте проявил необыкновенные способ­ности к

изучению арифметики.

 Семи лет Карл начал учиться в народной школе. В этом типе

учебных заведений два первых года обуче­ния почти

полностью отводились на чтение и письмо.

 И мальчик Гаусс из среды своих одноклассников ничем не

выделялся.

 Положение изменилось с переходом Карла в третий класс. В этом классе основное внимание уделяли ариф­метике.

 Учитель, по фамилии Бюттнер, на одном из уроков предложил третьеклассникам найти сумму всех натураль­ных чисел от единицы до ста.

 Нервно заскрипели на аспидных досках грифели уче­ников. Их всех, за исключением только одного, пугала на­висшая угроза почувствовать на собственном теле силь­ные удары хлыста учителя. Ведь многие из них очень хо­рошо знали по личному опыту, что учитель больно хлещет не только за ошибки, но и за отставание от товарищей.

 Этим одним был Карл Гаусс. Ему удалось почти мгно­венно решить предложенную учителем задачу.

По установленному в классе распорядку решивший задачу первым клал свою доску на середину большого стола. Туда и положил свое решение маленький Гаусс, едва только учитель договорил последние слова форму­лировки задачи.

 Насмешливый взгляд Бюттнера, не расстававшегося с хлыстом, был весьма выразительным. Наставник Гаус­са даже и не допускал мысли, что на столь поспешно по­ложенной доске может оказаться правильное решение задачи.

 Но Карл оставался совершенно спокойным. Он был уверен в правильности своего ответа.

 Долго сидел маленький Гаусс в ожидании окончания работы своими товарищами. Очень много прошло време­ни, прежде чем следующая доска легла на его доску. Но в конце концов доски учеников последовательно легли друг на друга.

 Учитель привычным движением рук перевернул эту кучу досок так, чтобы начать просмотр с тех работ, кото­рые были сданы первыми.

 Работа Карла удивила учителя. Решение мальчика было не только правильным, но к тому же весьма про­стым и оригинальным.

 В решении Карла ярко проявилась его математиче­ская зоркость. Ему оказалось достаточным взглянуть на запись задания 1+2 + 3+ ... +98 + 99 + 100, чтобы заметить, что сум­ма каждой пары слагае­мых, которые одинаково отстоят от концов запи­санного выражения, рав­на 101

 ( 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, ...,50 + 51).

А таких пар, рассуждал дальше мальчик, в два раза мень­ше, чем слагаемых, т. е. 50. Выходит, что вся иско­мая сумма

 равна 101-50 = 5050.

 Способности Гаусса в области счета всегда удив­ляли людей, которым до­водилось с ним встречать­ся. В развитии этих спо­собностей очень большую роль сыграли целеустрем­ленность, трудолюбие и тщательность выполнения каж­дой работы, в том числе и чисто ученических упражнений. При выполнении вычислений Карл Гаусс всегда со­блюдал образцовый порядок. Каждую цифру он писал четко; каждое число занимало надлежащее ему место.

 Почти неизвестно ошибок в работах Гаусса. Он умел своевременно выявлять и исправлять свои ошибки. С этой целью им широко использовались различные спо­собы проверки.



К. Гаусс.

5 .СООБЩЕНИЕ УЧАЩЕГОСЯ.

 С арифметической прогрессией связано на­чало творческого пути другого выдающегося матема­тика — Андрея Николаевича Колмогорова. В своей статье «Как я стал математиком» он пишет: «Радость математического «открытия» я познал рано, подметив в возрасте пяти-шести лет закономерность

1 = 12,

1 + 3 = 22,

1 + 3 + 5 = З2,

1+3 + 5 + 7 = 42 и так далее.

В нашем доме под Ярославлем мои тетушки уст­роили маленькую школу, в которой занимались с де­сятком детей разного возраста по новейшим рецептам педагогики того времени. В школе издавался журнал «Весенние ласточки». В нем мое открытие было опубликовано. Там же я опубликовал приду­манные мною арифметические задачи».

Как была обнаружена эта закономерность, автор приведенных строк не указывает (как и в описанной выше легенде о Гауссе также не ясно, как он заметил нужное свойство). Вполне возможно, что это были только чисто арифметические наблюдения. Может быть, он использовал такой же прием, как и Гаусс, просуммировав прогрессию *ап = 2п -* 1. Но могло быть и так.

Положим в тождестве

2к - 1 = к2 *-* (к *-* 1)2

последовательно к = 1, 2, 3, ..., *п;* имеем цепочку равенств

1 = I2,

3 = 22 - I2,

5 = 32 - 22

7 = 42 - З2,

………….

2к - 1 = *п2 - (п -* I)2.

Сложив эти равенства, получим нужную формулу:

1 + 3 + 5 + 7 + ... + *(2п -* 1) = *п2.*



6. УЧИТЕЛЬ:

 Арифметическая и геометрическая прогрессии — два важных инструмен­та, которые используются в различных построениях и при решении чисто прак­тических задач. Поэтому вполне зако­номерно, что в знаменитой книге Л.Ф.

 Магницкого «Арифметика», напи­санной для учеников Математико-навигационной школы (первой специализи­рованной школы в России, которая указом Петра от 14 января 1701 года была открыта в Москве), пятая часть имеющихся в ней задач отведена уче­нию о прогрессиях.

Свойства прогрессий изадачи, с ними связанные, являются эффектив­ным пропедевтическим средством для изучения основ алгебры, дифференци­ального и интегрального исчислений. И, тем самым, не случайно, что экзамена­ционные комиссии различных ВУЗов не­пременно включали задачи на прогрес­сии в

 свои варианты вступительных эк­заменов (например, в вариантах

 МГУ им. М.В. Ломоносова в период 2000-2005 г. встретилось 34 такие задачи).

 Задачи, в которых используются определения, свойства, формулы *п* члена и суммы *п* первых членов арифметической прогрессии , встречаются в КИМах ГИА и ЕГЭ.

Знание определения и свойств арифметической прогрессии позволяет решать сложные уравнения. А при решении еще, каких задач используются свойства арифметической прогрессии, Вы можете узнать в журнале «Математика в школе»№2 за 1991 год, в газете « Математика» № 6 за 2006 год.

*РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ*

 *(х*+5)+(*х*+8)+(*х*+11)+…+(*х*+32)=200.

*х*+5,*х*+8,*х*+11 … *х*+32- арифметическая прогрессия,

*а1= х*+5, *а2= х*+8

*d= а2 – а1*

*d= (х*+8)-(*х*+5)=3

 *ап  = а1  + (п-1) d*

*ап= х*+32, то *х*+32=(*х*+5)+ *(п-1)\*3*

 *х*+32- *х*-5= *3п- 3*

 *3п=30*

 *п=10*

7. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ УРОКА.

 Учитель повторяет весь теоретический материал урока и обращает внимание учащихся на основные понятия и формулы арифметической прогрессии.

8. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

 Изучить материал учебника ( п.25,п.26) и конспекта лекции;

 рассмотреть другой способ вывода формулы *п*-первых членов арифметической прогрессии в учебнике ; выучить определение, свойства и формулы.

9. ЛИТЕРАТУРА:

* 1. Алгебра . 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Макарычев и др.-М.: Просвещение,2010.
	2. Глейзер Г.И. История математики в школе, 7-8 классы. Пособие для учителей. – М .: Просвещение, 1982.
	3. Учебно – методическая газета « Математика»

 ( приложение к газете « Первое сентября»).

* 1. Журнал « Математика в школе »
	2. Савин А.П.. Станцо В.В. и др. Я познаю мир: Детская энциклопедия: математика. – М.: АСТ, 1996.
	3. Коваленко В.Г.Дидактические игры на уроках математики: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1990.
	4. Интернет. Википедия.