**Вписанная сфера.**

**Определение:** Сфера называется **вписанной** в многогранник, если она касается всех граней многогранника. Многогранник в таком случае называется **описанным** около сферы.

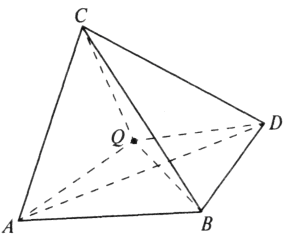
Центр вписанной сферы – точка пересечения биссекторных плоскостей всех двугранных углов.

*Сфера называется вписанной в двугранный угол, если она касается его граней. Центр вписанной в двугранный угол сферы лежит на биссекторной плоскости этого двугранного угла. Сфера называется вписанной в многогранный угол, если она касается всех граней многогранного угла.*

Не во всякий многогранник можно вписать сферу. Например: в прямоугольный параллелепипед, не являющийся кубом, сферу вписать нельзя.

**Теорема*.*** *В любую треугольную пирамиду можно вписать сферу и притом только одну.*

Доказательство. Рассмотрим треугольную пирамиду CABD. Проведем биссекторные плоскости ее двугранных углов с ребрами AС и BC. Они пересекаются по прямой, которая пересечет биссекторную плоскость двугранного угла с ребром АВ. Таким образом, биссекторные плоскости двугранных углав с ребрами АВ,АС и ВС имеют единственную общую точку. Обозначим ее Q. Точка Q равноудалена от всех граней пирамиды. Следовательно, сфера соответствующего радиуса с центром в точке Q является вписанной в пирамиду САBD.



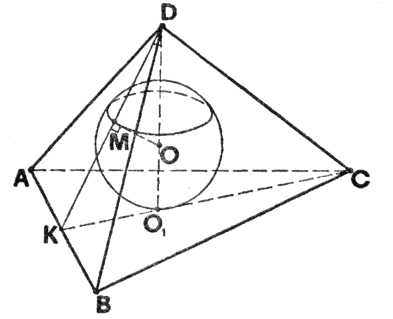
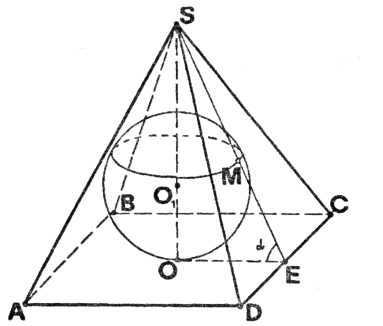
Докажем ее единственность. Центр любой сферы вписанной в пирамиду CABD равноудален от ее граней, значит, он принадлежит биссекторным плоскостям двугранных углов. Следовательно, центр сферы совпадает с точкой Q. Что требовалось доказать.

**Теорема.** *В пирамиду, у которой в основание можно вписать окружность, центр которой служит основанием высоты пирамиды, можно вписать сферу.*

**Следствие.** *В любую правильную пирамиду можно вписать сферу.*

Докажите, что центр сферы вписанной в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды (докажите самостоятельно).

Центр сферы, вписанной в правильную пирамиду, есть точка пересечения высоты пирамиды с биссектрисой угла, образованного апофемой и ее проекцией на основание.



Проанализируйте решение задачи.

**Задача.** В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна *а*, высота равна *h.* Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду.

Решите задачу.

**Задача.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4, боковые грани наклонены к основанию под углом 600. Найдите радиус, вписанной в эту пирамиду сферы.

