*[1. Повторение основных понятий, связанных с прямоугольным треугольником](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24" \l "videoplayer" \o "Смотреть в видеоуроке" \t "_blank)*

На этом уроке мы познакомимся с синусом, косинусом и тангенсом – тригонометрическими функциями, связывающими острый угол прямоугольного треугольника с катетами и гипотенузой этого треугольника. Это очень важные понятия, которые будут встречаться не только в геометрии, но и в алгебре, физике и во многих других науках.

Напомним основные сведения о прямоугольном треугольнике (см. Рис. 1).

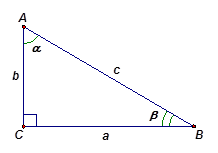


Рис. 1

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136119/930e6290_c221_0131_703c_3d765dfd91bb.png;

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136121/94a81680_c221_0131_703e_3d765dfd91bb.png – катеты; http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136123/964454b0_c221_0131_7040_3d765dfd91bb.png – гипотенуза.

Также в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136125/97b4b2d0_c221_0131_7042_3d765dfd91bb.png: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136128/9973a300_c221_0131_7044_3d765dfd91bb.png.

Для прямоугольного треугольника также верна теорема Пифагора: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136129/9b0fdaf0_c221_0131_7047_3d765dfd91bb.png.

Введём теперь понятие синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника.

[*2. Определение синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

**Определение**

**Синусом острого угла прямоугольного треугольника** называется отношение противолежащего этому углу катета к гипотенузе.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136131/9c86c010_c221_0131_7048_3d765dfd91bb.png, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136134/9e42f840_c221_0131_704b_3d765dfd91bb.png.

**Определение**

**Косинусом острого угла прямоугольного треугольника** называется отношение прилежащего к этому углу катета к гипотенузе.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136136/9fda1520_c221_0131_704d_3d765dfd91bb.png, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136138/a183e070_c221_0131_704f_3d765dfd91bb.png.

**Определение**

**Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника** называется отношение противолежащего этому углу катета к прилежащему катету.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136140/a31e4e00_c221_0131_7051_3d765dfd91bb.png, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136142/a4a310a0_c221_0131_7053_3d765dfd91bb.png.

[*3. Связь катетов и гипотенузы, двух катетов через тригонометрические функции угла*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

С помощью введённых понятий можно находить катеты или гипотенузу.

Например, из формулы: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136144/a663a980_c221_0131_7055_3d765dfd91bb.png. Аналогично: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136146/a7eeefb0_c221_0131_7057_3d765dfd91bb.png.

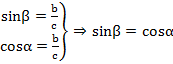
Также можно получить формулу для связи длин двух катетов: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136148/a98b12f0_c221_0131_7059_3d765dfd91bb.png.

[*4. Связь синуса и косинуса двух острых углов прямоугольного треугольника*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

При решении задач очень важно знать соотношения между синусом, косинусом и тангенсом острого угла прямоугольного треугольника.

Рассмотрим следующие две формулы: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136149/ab295d50_c221_0131_705a_3d765dfd91bb.png. Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136125/97b4b2d0_c221_0131_7042_3d765dfd91bb.png, то формула приобретает следующий вид:

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136150/aca143f0_c221_0131_705b_3d765dfd91bb.png

Аналогично получаем: . Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136125/97b4b2d0_c221_0131_7042_3d765dfd91bb.png, то формула приобретает следующий вид:

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136152/afe935c0_c221_0131_705d_3d765dfd91bb.png

[*5. Формула, связывающая тангенс с синусом и косинусом*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

Докажем теперь важную формулу, связывающую тангенс с синусом и косинусом:

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136153/b18ac670_c221_0131_705e_3d765dfd91bb.png

[*6. Доказательство независимости значения тригонометрических функций от размеров треугольника*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

**Доказательство**

Запишем определение синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136131/9c86c010_c221_0131_7048_3d765dfd91bb.png, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136136/9fda1520_c221_0131_704d_3d765dfd91bb.png. Тогда: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136154/b3422fc0_c221_0131_705f_3d765dfd91bb.png. Доказано.

Аналогично: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136155/b4d06a60_c221_0131_7060_3d765dfd91bb.png.

Рассмотрим следующую важную задачу.

**Задача**

Даны прямоугольные треугольники http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136156/b68a92f0_c221_0131_7061_3d765dfd91bb.png. Кроме того, http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136157/b813e990_c221_0131_7062_3d765dfd91bb.png.

**Доказать:**http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136158/b98efd90_c221_0131_7063_3d765dfd91bb.png.

**Доказательство**

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136159/bb3c9310_c221_0131_7064_3d765dfd91bb.png (так как оба треугольника прямоугольные с равными острыми углами). Значит, выполняется следующее соотношение: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136160/bccd1c40_c221_0131_7065_3d765dfd91bb.png.

Отсюда получаем: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136161/be5b1240_c221_0131_7066_3d765dfd91bb.png.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136162/bff6f950_c221_0131_7067_3d765dfd91bb.png.

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136163/c167db40_c221_0131_7068_3d765dfd91bb.png.

Доказано.

**Вывод:** синус, косинус и тангенс не зависят от треугольника, а зависят только от угла.

[*7. Основное тригонометрическое тождество*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

Сформулируем и докажем одну из важнейших теорем, связывающих синус и косинус острого угла прямоугольного треугольника, – **основное тригонометрическое тождество**.

**Основное тригонометрическое тождество:**http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136164/c33c7020_c221_0131_7069_3d765dfd91bb.png.

Примечание: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136165/c4c89890_c221_0131_706a_3d765dfd91bb.png

**Доказательство**

http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136166/c639cdf0_c221_0131_706b_3d765dfd91bb.png, тогда: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136167/c7eddae0_c221_0131_706c_3d765dfd91bb.png (при доказательстве мы пользовались теоремой Пифагора: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136129/9b0fdaf0_c221_0131_7047_3d765dfd91bb.png).

Доказано.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий связь тригонометрических функций.

[*8. Решение примера*](http://interneturok.ru/ru/school/geometry/8-klass/podobnye-treugolniki/sinus-kosinus-i-tangens-ostrogo-ugla-pryamougolnogo-treugolnika?chapter_id=2120&book_id=24#videoplayer)

Дано: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136168/c97d5240_c221_0131_706d_3d765dfd91bb.png – прямоугольный (http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136169/cb487fb0_c221_0131_706e_3d765dfd91bb.png), http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136170/ccde17f0_c221_0131_706f_3d765dfd91bb.png.

Найти: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136171/ce578a70_c221_0131_7070_3d765dfd91bb.png

**Решение**

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136164/c33c7020_c221_0131_7069_3d765dfd91bb.png. Подставим в него известное нам значение синуса: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136172/d0227ae0_c221_0131_7071_3d765dfd91bb.png. Отсюда: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136173/d1aaa350_c221_0131_7072_3d765dfd91bb.png. Так как косинус, по определению, – это отношение катета к гипотенузе, то он может быть только положительным, поэтому: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136174/d34fad50_c221_0131_7073_3d765dfd91bb.png.

Найдём теперь тангенс угла, пользуясь формулой: http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136175/d50a2f30_c221_0131_7074_3d765dfd91bb.png.

**Ответ:**http://d3mlntcv38ck9k.cloudfront.net/content/konspekt_image/136176/d6888190_c221_0131_7075_3d765dfd91bb.png.

На этом уроке мы рассмотрели понятия синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника, вывели некоторые их свойства и формулы связи между этими величинами. На следующем уроке мы познакомимся со значениями синуса, косинуса и тангенса для некоторых конкретных значений углов.