**Понятие последовательности, словесный  
и аналитический способы ее задания**

**Цели:** ввести понятие последовательности, конечной и бесконечной; рассмотреть последовательности, заданные словесно и с помощью формулы *п*-го члена; формировать умение находить *п*-й член последовательности по заданной формуле.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Объяснение нового материала.**

Учение о последовательностях и их частном случае – прогрессиях – является существенной, хотя и несколько изолированной, частью курса алгебры. Для создания представления о последовательностях следует начать с рассмотрения конкретных примеров:

П р и м е р 1.2; 4; 6; 8; …

Сразу обращаем внимание учащихся, что числа записаны в определенном порядке. Словесно эту последовательность можно описать (задать) так: «последовательность четных положительных чисел». Просим назвать число, которое будет стоять в этой последовательности на пятом месте, на восьмом, на сотом. Замечаем, что если «место» числа в последовательности обозначить натуральным числом *п*, то вычислить это число можно, оно равно 2*п*.

П р и м е р 2.



Последовательность правильных дробей с числителем равным 1. Для любого натурального числа *п* можно указать соответствующую дробь, стоящую в этой последовательности на *п*-ом месте – она равна . Теперь легко вычислить, что на седьмом месте должна стоять дробь , на тридцатом – дробь , на тысячном – дробь .

Числа, образующие последовательности, называются ***членами последовательности*** и обозначаются буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена, например: *а*1; *а*2; *а*3; *а*4; …; *ап*; … *ап* – общий или *п*-й член последовательности.

Сама последовательность обозначается (*ап*).

Таким образом, последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому натуральному числу *п* ставится в соответствие член последовательности *ап*. Обращаем внимание учащихся, что мы использовали два способа задания последовательности: словесный и аналитический (с помощью формулы *п*-го числа).

П р и м е р 3.Последовательность двузначных чисел: 10; 11; 12; 13; …; 97; 98; 99.

В о п р о с у ч а щ и м с я: чем отличается эта последовательность от двух предыдущих? Она содержит конечное число членов и называется конечной – в отличие от предыдущих последовательностей, которые содержат бесконечно много членов и называются бесконечными.

**III. Формирование умений и навыков.**

Все задания, выполняемые учащимися на этом уроке, можно условно разбить на три группы:

1. Выписать первые несколько членов последовательности по ее словесному описанию.

2. Выписать первые несколько членов и вычислить некоторый (любой) член последовательности по формуле *п*-го члена.

3. По заданным первым членам последовательности составить формулу *п*-го члена последовательности.

*Упражнения:* №

При выполнении первых заданий внимание следует уделить правильной записи членов последовательности, чтобы не забывали указывать индексы.№

При решении этих упражнений следует еще раз обратить внимание учащихся, что индексы – это натуральные числа и порядковые номера членов последовательности. Возможно устное выполнение этого задания. №

Решение у доски, с объяснениями. №

Самостоятельное решение с устной проверкой. №

Это задание, «обратное» предыдущим, носит развивающий характер.

**IV. Итоги урока.**

– Как называются числа, образующие последовательность?

– Что значит «задать последовательность»?

– Какие способы задания последовательности вы знаете?

**Домашнее задание:** №

**У р о к**

**Рекуррентный способ задания  
последовательности**

**Цели:** рассмотреть последовательности, заданные рекуррентными формулами; формировать умения задавать последовательности различными способами; закрепить навыки использования индексных обозначений и нахождения *п*-го члена последовательности по его формуле.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

Назовите пропущенный член последовательности:

а) 1; 3; 5; \*; 9; …

б) –10; 10; –10; 10; \*; …

в) *а*1; …; *ап* – 2; \*; *ап*; …

Последовательность задана формулой *п*-го члена, найти ее член с заданным индексом:

г) *хп* = 5*п* – 2, *х*5 = \*

д) *уп* = *п*3 – *п*, *у*3 = \*

е) *bn* = (–1)*n* · *n*, *b*6 = \*.

Последовательность задана несколькими первыми членами, задайте формулу *п*-го члена:

ж) 4; 8; 12; 16; … *хп* = \* (О т в е т: *хп* = 4*п*.)

з) 7; 7; 7; … *ап* = \* (О т в е т: *ап* = 7.)

и) 1; … *сп* = \* (О т в е т: *сп* = .)

к) 3; 7; 11; 15; … *хп* = \*.

Последний пример оказывается проблемным. Ученики не могут придумать формулу, выражающую через *п* ее *п*-й член. Но можно заметить, что определенная закономерность все же есть – каждый член последовательности, начиная со второго, можно получить прибавлением к предыдущему числа 4. Можно ввести новый способ задания последовательности – рекуррентный.

**III. Объяснение нового материала.**

Помимо словесного и аналитического, существует еще один способ задания последовательности. Он состоит в том, что указывают ее первый член или первые несколько членов и формулу, выражающую любой член последовательности, начиная с некоторого, через предыдущие (один или несколько). Такую формулу называют рекуррентной (от латинского слова reccuro – возвращаться), а соответствующий способ задания последовательности – рекуррентным способом.

Возвращаемся к устному последнему примеру. Последовательность можно задать рекуррентно:

*х*1 = 3; *хп* + 1 = *хп* + 4.

Как уже говорилось, рекуррентно последовательность можно задать через несколько предыдущих членов. Пусть (*ип*) – последовательность, в которой *и*1 = 1; *и*2 = 1; *ип* + 1 = *ип* + *ип* – 1 при *п* > 2. Члены этой последовательности называют числами Фибоначчи. Выписываем первые ее несколько членов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; …

Здесь возможно привести небольшую справку из истории математики, либо предложить учащимся подготовить реферат или доклад на тему «Числа Фибоначчи и золотое сечение».

**IV. Формирование умений и навыков.**

При решении следующих примеров следует требовать от учащихся не только «подставлять» числовые значения в рекуррентную формулу, но и проговаривать словесную формулировку задания последовательности.

*Упражнения:*

1. Выпишите пять первых членов последовательности (*сп*), если:

а) *с*1 = 3, *сп* + 1 = *сп* + 4;

б) *с*1 = 4, *сп* + 1 = 2 · *сп*.

2. № 568, 569 (а, б) – самостоятельное решение, одновременно решение на откидных досках и последующая проверка.

3. № 672 (а, б). Это задание повышенного уровня сложности, которое заключается в том, что формула задания последовательности записана в «непривычном» виде:

*у*1 = –3; *уп* + 1 – *уп* = 10.

Прежде чем применять ее, нужно записать ее в таком виде, чтобы последующий член явно выражался через предыдущий:

*уп* + 1 = *уп* + 10.

Дальше ученики могут продолжить работу самостоятельно с последующей устной проверкой результатов.

**V. Диктант.**

Работа выполняется по вариантам (в квадратных скобках задание, относящееся ко второму варианту).

1) Является ли конечной или бесконечной последовательность делителей [кратных] числа 1200 [8]?

2) Является ли конечной или бесконечной последовательность кратных [делителей] числа 6 [2400]?

3) Последовательность задана формулой *ап* = 5*п* + 2 [*bn* = *n*2 – 3]. Запишите, чему равен ее 3-й член.

4) Запишите последний член последовательности всех трехзначных[двухзначных] чисел.

5) Запишите рекуррентную формулу *ап* + 1 = *ап* – 4, где *а*1 = 5 [*bn* + 1 = , где *b*1 = 8]. Найдите *а*2 [*b*2].

О т в е т ы: 1) Конечной [Бесконечной].

2) Бесконечной [Конечной].

3) 17 [6].

4) 999 [99].

5) 1 [2].

**V. Развивающие задания.** Задайте формулой *п*-го члена последовательность (*bn*), если известно, что:

а) *b*1 = 4; *bn* + 1 = *bn*+ 4;

б) *b*1 = 1, *bn* + 1 = 5*bn*.

**VII. Итоги урока.** В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Какие способы задания последовательности существуют?

– В чем сущность рекуррентного способа задания последовательности?

– Можно ли одну и ту же последовательность задать различными способами? Приведите примеры.

**Домашнее задание:** №

**У р о к**

**Арифметическая прогрессия.  
Формула (рекуррентная) *п*-го члена арифметической прогрессии**

**Цели:** ввести понятия арифметической прогрессии и разности арифметической прогрессии; вывести рекуррентную формулу *п*-го члена арифметической прогрессии; формировать умения нахождения разности и нескольких первых членов арифметической прогрессии по первому члену и разности, а также *п*-го члена по формуле.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

**Актуализация знаний.** Назовите первые три члена последовательности:

а) *an* = ; б) *bn* = 3*n* – 1; в) *сп* = *п*2 + 1.

Для последовательности, заданной первым членом и рекуррентной формулой, найдите второй и третий члены:

г) *x*1 = 2, *xп* + 1 = ;

д) *у*1 = 3, *уп* + 1 = *уп*2 – 5.

**III. Объяснение нового материала.**

1. *Определение.* ***Арифметической прогрессией*** называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

(*ап*) – арифметическая прогрессия, если для любого *п* *N* выполняется условие *ап* + 1 = *ап* + *d*, где *d* – некоторое число. Число *d* называется «разностью арифметической прогрессии», так как из определения следует, что *ап* + 1 – *ап* = *d*.

Далее следует привести примеры арифметических прогрессий, причем следует варьировать значение *d* (положительные числа; отрицательные; нуль; дробные).

П р и м е р ы арифметических прогрессий:

1) *а*1 = 1, *d* = 1.

1; 2; 3; 4; … (последовательные натуральные числа).

2) *а*1 = 1, *d* = 2.

1; 3; 5; 6; … (последовательность положительных нечетных чисел).

3) *а*1 = –2, *d* = –2.

–2; –4; –6; –8; –10; … (последовательность отрицательных четных чисел).

4) *а*1 = 7, *d* = 0.

7; 7; 7; 7; … (постоянная последовательность).

5) *а*1 = 1, *d* = 0,3.

1; 1,3; 1,6; 1,9; 2,2; …

Обращаем внимание, что если *d* > 0, то арифметическая прогрессия возрастающая, если *d* < 0 – убывающая, если *d* = 0 – постоянная.

2. Итак, учащиеся знают, что для того чтобы найти любой член арифметической прогрессии (или задать ее), достаточно знать ее первый член и разность. Следует подвести их к мысли, что это очень трудоемко, например:

(*ап*) – арифметическая прогрессия, где *а*1 = 2, *d* = 27. Найти сотый член.

Пользуясь определением, нам нужно сделать 100 шагов. Это громоздко. Хотелось бы знать формулу для нахождения любого члена арифметической прогрессии только по первому члену, разности и порядковому номеру искомого члена.

Для вывода формулы пользуемся определением арифметической прогрессии:

*а*1

*а*2 = *а*1 + *d*

*а*3 = *а*2 + *d* = (*а*1 + *d*) + *d* = *а*1 + 2*d*

*а*4 = *а*3 + *d* = (*а*1 + 2*d*) + *d* = *а*1 + 3*d*

*а*5 = *а*4 + *d* = (*а*1 + 3*d*) + *d* = *а*1 + 4*d*

*а*6 = … = *а*1 + 5*d*

П р и м е р 1. (*сп*) – арифметическая прогрессия,

*с*1 = 0,62, *d* = 0,24; *с*50 –?

*с*50 = *с*1 + *d* (50 – 1) = 0,62 + 0,24 · 49 = 12,38.

Этот пример на «прямое» использование формулы *п*-го члена арифметической прогрессии.

П р и м е р 2. Выяснить, является ли число –122 членом арифметической прогрессии (*хп*):

23; 17,2; 11,4; 5,6; …

При рассмотрении этого примера пояснить, что для решения надо доказать, что существует *п* *N*, при котором будет верна формула *п*-го члена:

–122 = 23 + (*п* – 1) · (–5,8), где –5,8 = 17,2 – 23 – разность арифметической прогрессии.

**IV. Формирование умений и навыков.** Все задания, выполняемые учащимися на этом уроке, можно разбить на 3 типа:

1) На «узнавание» арифметической прогрессии, определение ее первого члена и разности.

2) На нахождение *п*-го члена арифметической прогрессии по определению и по формуле.

3) На запись формулы *п*-го члена по первому члену и разности, решение задач на «косвенное» использование формулы *п*-го члена (например, нахождение *п*).

*Упражнения:*

**1.** Решить устно:

а) Является ли последовательность арифметической прогрессией:

–3,5; –7; –10,5; –14; –17,5; … *(Да.)*

5; 5; 5; 5; … *(Да.)*

2; 12; 22; 23; 32; … ? *(Нет.)*

б) Найти члены арифметической прогрессии, обозначенные буквами:

–10; –7; *с*3; *с*4; *с*5; *с*6

–3,4; –1,4; *а*3; *а*4

12; *у*2; 20; *у*4.

в) (*ап*) – арифметическая прогрессия. Является ли арифметической прогрессией последовательность:

12*а*1; 12*а*2; …; 12*ап*; …

3*а*1 + 1; 3*а*2 + 1; …; 12*ап* + 1; … ?

**2.** № Самостоятельное решение с последующей проверкой.

№ Решение у доски с объяснением.

№ Самостоятельное решение и одновременно на скрытых досках с проверкой.

**3.** № Задание на «не прямое» применение формулы. Еще раз подчеркнуть, что с помощью этой формулы можно находить следующие величины: *ап*; *а*1; *d*; *п*.

**V. Итоги урока.** В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Что называется арифметической прогрессией?

– Как задается арифметическая прогрессия?

– Назовите формулу *п*-го члена арифметической прогрессии.

**Домашнее задание:** №

**У р о к**

**Свойство арифметической прогрессии**

**Цели:** вывести и доказать характеристическое свойство арифметической прогрессии; формировать умения применять свойство арифметической прогрессии при решении задач; продолжить формирование навыков применения определения арифметической прогрессии и формулы *п*-го члена.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Математический диктант.**

*Работа выполняется по вариантам (в квадратных скобках задание, относящееся ко второму варианту).*

1) У арифметической прогрессии первый член 4 [6], второй член 6 [2]. Найдите разность *d*.

2) У арифметической прогрессии первый член 6 [4], второй член 2 [6]. Найдите третий член.

3) Найдите десятый [восьмой] член арифметической прогрессии, если ее первый член равен 1, а разность 4 [5].

4) Является ли последовательность четных [нечетных] чисел арифметической прогрессией?

5) *ап* – арифметическая прогрессия. Выразите через *а*1 и *d:*

*а*10; *а*2*k*; *ak* + 3 [*a*20; *ak*; *a*2*k* + 1].

О т в е т ы: 1) 2 [–4];

2) –2 [8];

3) 37 [36];

4) Да [Да];

5) *а*10 = *а*1 + 9*d* [*а*20 = *а*1 + 19*d*];

*а*2*k* = *а*1 + *d* (2*k* – 1) [*аk* = *а*1 + *d* (*k* – 1)];

*ak* + 3 = *а*1 + *d* (*k* + 2) [*a*2*k* + 1 = *а*1 + 2*dk*].

**III. Объяснение нового материала.**

У с т н о е з а д а н и е:

Дана арифметическая прогрессия (*хп*): 2; 5; 8; 11; 14.

Вычислить:  = *(5.)*

 = *(8.)*

 = *(11.)*

Замечаем интересное свойство и формируем его – «Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов».

Так как мы это предположили исходя из рассмотрения конкретной последовательности, данное утверждение следует доказать:

 Пусть (*хп*) – арифметическая прогрессия, тогда

*хп* – *хп* – 1 = *хп* + 1 – *хп*, то есть

2*хп* = *хп* – 1 + *хп* + 1,

|  |  |
| --- | --- |
| *хп* = |  |

Следует обратить особое внимание учащихся, что это утверждение – *свойство* арифметической прогрессии. А если мы сформулируем обратное утверждение и сможем его доказать, то как будет оно называться? Это будет *признак* арифметической прогрессии: «Если в последовательности (*хп*) каждый член, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов, то эта последовательность является арифметической прогрессией».

 Пусть *хп* = , где *п* ≥ 2, тогда 2*хп* = *хп* – 1 + *хп* + 1,

*хп* – *хп* – 1 = *хп* + 1 – *хп*, то есть разность между последующим и предыдущим членами последовательности (*хп*) остается постоянной. Значит, (*хп*) – арифметическая прогрессия.

**IV. Формирование умений и навыков.**

Задачи, решаемые на этом уроке, более разнообразны по сравнению с предыдущим уроком. Теперь мы можем использовать определение арифметической прогрессии, ее свойство и признак, формулу *п*-го члена.

Кроме того, появляются задачи, в тексте которых не задана арифметическая прогрессия в явном виде. Нужно «перевести» условие на математический язык, «увидеть» арифметическую прогрессию, решить задачу и формулировку ответа опять «перевести» на язык условия.

*Упражнения:*

**1.** № Самостоятельное решение заданий на «прямое» применение формулы *п*-го члена и нахождения разности.

№ Решение у доски с объяснениями. Необходимо самостоятельно задать арифметическую прогрессию (*хп*), где

*х*1 = 50 (м/мин) – скорость поезда в конце первой минуты;

*d* = 50 (м/мин) – увеличение скорости;

*х*20 –?

*х*20 = *х*1 + *d* (20 – 1);

*х*20 = 50 + 50 · 19 = 50 · 20 = 1000 (м/мин).

Обращаем внимание, что скорость принято выражать в км/ч, значит, ответ  · 60 = 60 (км/ч).

**2.** № Эти упражнения на неоднократное применение формулы *п*-го члена арифметической прогрессии, сводящиеся к решению системы уравнений либо неравенства.

Особое внимание следует уделить анализу условия. Решение полученной системы уравнений и неравенства ученики могут осуществить самостоятельно.

**3.** Упражнение на применение свойства арифметической прогрессии носит развивающий характер.

Первый член арифметической прогрессии равен 7. Найдите второй и третий ее члены, если известно, что они являются квадратами двух последовательных натуральных чисел.

Р е ш е н и е

Пусть (*ап*) – арифметическая прогрессия, где

*а*1 = 7;

*а*2 = *п*2;

*а*3 = (*п* + 1)2, *п* *N*.

По свойству арифметической прогрессии:

*а*2 = ;

*а*1 + *а*3 = 2*а*2;

7 + (*п* + 1)2 = 2*п*2;

*п*2 – 2*п* – 8 = 0;

*п* = 4 или *п* = –2. Так как *п* *N*, то –2 – не удовлетворяет условию.

*а*2 = 42 = 16;

*а*3 = 52 = 25.

**V. Итоги урока.**

– Сформулируйте свойство арифметической прогрессии.

– Сформулируйте признак арифметической прогрессии.

**Домашнее задание:** №

**У р о к**

**Формула *п*-го члена арифметической прогрессии (аналитическая)**

**Цели:** вывести аналитическую формулу *п*-го члена арифметической прогрессии; формировать умения задавать арифметическую прогрессию аналитической и рекуррентной формулами; закрепить умения и навыки применения формул *п*-го члена и свойства арифметической прогрессии.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверка домашней работы.**

**1.** № У доски – решение с комментариями ученика.

**2.** Ответы учащихся на вопросы по домашней работе.

**III. Объяснение нового материала.**

1. *ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1) – формула *п*-го члена арифметической прогрессии. Запишем ее в виде *ап* = *d* · *п* + (*а*1 – *d*), так как (*а*1 – *d*) – некоторое число, то обозначим его *b* = *а*1 – *d* и *k* = *d*, тогда получаем, что любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой вида , где *k* и *b* – некоторые числа. Такие формулы мы встречали при изучении последовательностей. Делаем вывод, что арифметическую прогрессию можно задать не только рекуррентной, но и аналитической формулой.

Более того, верно и обратное утверждение: последовательность (*ап*), заданная формулой вида *ап* = *k* · *п* + *b*, где *k* и *b* – некоторые числа, является арифметической прогрессией.

Найдем разность (*п* + 1)-го и *п*-го членов последовательности (*ап*):

*ап* + 1– *ап* = *k* (*п* + 1) + *b* – (*kп* + *b*) = *kп* + *k* + *b* – *kп* – *b* = *k*. Значит, при любом *п* справедливо *ап* + 1 = *ап* + *k* и по определению (*ап*) – арифметическая прогрессия с разностью *k*.

**IV. Формирование умений и навыков.** *Упражнения:*

№ Можно решать устно.

№ . При решении этой задачи необходимо использовать сведения из курса геометрии (подобие треугольников). Обозначив *А*1*В*1 = *х*, получим *А*2*В*2 = 2*х*; *А*3*В*3 = 3*х*; … *АпВп* = *п* · *х*, где *х* = 1,5 (см), получим последовательность, заданную формулой *АпВп* = 1,5 · *п*, то есть формула имеет вид *ап* = *kп* + *b*, где *k* = 1,5; *b* = 0. Дальнейшие вычисления проводим, используя формулу *п*-го члена арифметической прогрессии.

**V. Самостоятельная работа.**

**В а р и а н т 1**

1. Зная первые два члена арифметической прогрессии 3,4; –0,2; …, найдите следующие за ними четыре ее члена.

2. В арифметической прогрессии (*bп*) известны *b*1 = –0,8, *d* = 4. Найдите *b*3; *b*24.

3. В арифметической прогрессии (*хп*) известны *х*1 = 14 и *d* = 0,5. Найдите номер члена прогрессии, равного 34.

4.\* Мастерская изготовила в январе 106 изделий, а в каждый следующий месяц изготовляла на 12 изделий больше, чем в предыдущий. Сколько изделий изготовила мастерская в июне?

**В а р и а н т 2**

1. Зная первые два члена арифметической прогрессии 2,8; –0,4; …, найдите следующие за ними четыре ее члена.

2. В арифметической прогрессии (*ап*) известны *а*1 = –1,2, *d* = 3. Найдите *а*4; *а*21.

3. В арифметической прогрессии (*bп*) известны *b*1 = 12 и *d* = 3. Найдите номер члена прогрессии, равного 27.

4.\* Бригада стеклодувов изготовила в январе 80 изделий, а в каждый следующий месяц изготовляла на 17 изделий больше, чем в предыдущий. Сколько изделий изготовила мастерская в августе?

**VI. Итоги урока.** Анализ результатов самостоятельной работы.

**Домашнее задание:** №

**У р о к 62  
Нахождение суммы первых *п* членов  
арифметической прогрессии**

**Цели:** вывести формулу суммы первых *п* членов арифметической прогрессии; формировать умение применять эту формулу при решении задач.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Актуализация знаний.**

У с т н о:

1. Сформулируйте определение арифметической прогрессии.

2. Приведите пример арифметической прогрессии.

3. Сформулируйте определение разности арифметической прогрессии.

4. Назовите формулу *п*-го члена арифметической прогрессии.

П и с ь м е н н о:

|  |  |
| --- | --- |
| **В а р и а н т 1.**  № 578 (а). | **В а р и а н т 2.**  № 578 (б). |

**III. Объяснение нового материала.**

**1. Создание проблемной ситуации.**

З а д а ч а. Ученик мастера изготовил в первую неделю работы 15 гончарных изделий, а в каждую следующую неделю изготовлял на 5 изделий больше, чем в предыдущую. Сколько изделий ученик изготовил за восьмую неделю? Сколько изделий ученик изготовил всего в течение десяти недель?

Ответ на первый вопрос ученики знают, как получить, такие задачи решались ими на прошлых занятиях. Количество изготовленных изделий в первую, вторую и т. д. недели можно обозначить *а*1, *а*2,… *ап*, …, причем (*ап*) – арифметическая прогрессия с разностью *d* = 5 и первым членом *а*1 = 15. За восьмую неделю ученик изготовил гончарных изделий:

*а*8 = 15 + 5 (8 – 1) = 50.

Для ответа на второй вопрос ученики могут предложить только такой способ решения: подсчитать количество изделий, выполненных за 2-ю, 3-ю, …, 10-ю неделю, и сложить. Это очень долго. А если в задаче нужно будет найти сумму ста членов арифметической прогрессии, тысячи? Возникает проблема – нужна общая формула.

**2. Пример из истории математики.**

С формулой суммы *п* первых членов арифметической прогрессии связан эпизод из жизни немецкого математика Карла Гаусса (1777–1855). Маленькому Карлу было 9 лет, когда учитель, занятый проверкой работ учеников, предложил классу сложить все натуральные числа от 1 до 100, рассчитывая надолго занять детей. Каково же было удивление преподавателя, когда через несколько минут Гаусс подошел к нему с верным ответом! Он подошел к решению творчески, заметив, что можно складывать числа не подряд, а парами: 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98 … и т. д. Легко увидеть, что сумма чисел в каждой паре равна 101, а таких пар 50, значит общая сумма равна 101 · 50 = 5050.

А можно ли с помощью рассуждений, аналогичных тем, что проводил маленький Гаусс, найти сумму первых *п* членов любой арифметической прогрессии?

**3. Вывод формулы.**

Пусть (*ап*) – арифметическая прогрессия.

Обозначим *Sn* сумму *п* первых членов арифметической прогрессии.

*Sn* = *а*1 + *а*2 + *а*3 + *а*4 + … + *ап* – 1 + *ап* (1)

*Sn* = *ап* + *ап* – 1 + *ап* – 2 + *ап* – 3 + … + *а*2 + *а*1 (2)

Докажем, что сумма каждой пары членов прогрессии, расположенных друг под другом, равна *а*1 + *ап*.

*a*2 + *an* – 1 = (*a*1 + *d*) + (*an* – *d*) = *a*1 + *an*;

*a*3 + *an* – 2 = (*a*2 + *d*) + (*an* – 1 – *d*) = *a*2 + *an* – 1 = *a*1 + *an*;

*a*4 + *an* – 3 = (*a*3 + *d*) + (*an* – 2 – *d*) = *a*3 + *an* – 2 = *a*1 + *an* и т. д.

Число таких пар равно *п*. Складываем почленно (1) и (2) и получаем

2*Sn* = (*a*1 + *an*) · *n.*

|  |  |
| --- | --- |
|  | – формула суммы *п* первых членов  арифметической прогрессии. |

Обычно арифметическая прогрессия задается первым членом и разностью, поэтому удобно иметь еще формулу суммы *п* первых членов, выраженную через *а*1 и *d* арифметической прогрессии.

*Sn* =  · *n*, *ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1);

*Sn* =  · *n*;

|  |  |
| --- | --- |
|  | – формула суммы *п* первых членов  арифметической прогрессии. |

**4. Пример.**

Вернемся к задаче про ученика мастера. В течение 10 недель ученик мастера изготовил

*S*10 =  · 10 = 375 изделий.

**IV. Формирование умений и навыков.**

Так как формул суммы *п* первых членов арифметической прогрессии две, то необходимо сперва выяснить, в заданиях какого вида лучше использовать каждую из них, а затем при решении упражнений анализировать условие и выбирать формулу.

*Упражнения:*

1) Найти сумму первых тридцати членов арифметической прогрессии 4; 5,5; …

Р е ш е н и е

*а*1 = 4, *d* = 1,5, значит, по формуле II:

*а*30 =  · 30 = 772,5.

2) Найти сумму первых сорока членов последовательности (*ап*), заданной формулой *ап* = 5 · *п* – 4.

Последовательность (*ап*) задана формулой вида *ап* = *kn* + *b*, где *k* = 5 и *b* = –4, значит, (*ап*) – арифметическая прогрессия. Если применять формулу II, то для этого сперва надо найти *а*1, *а*2 , затем *d* как разность *а*1 – *а*2. Это неудобно, проще сразу найти *а*1, *а*40 и подставить в формулу I.

*а*1 = 5 · 1 – 4 = 1; *а*4 = 5 · 40 – 4 = 196;

*S*40 =  = 3940.

3) № 603, № 604. На «прямое» применение формул I и II. Самостоятельное решение с последующей проверкой.

№ 606.

№ 608 (а). У доски с объяснением. Здесь необходимо «увидеть», что последовательность слагаемых – арифметическая прогрессия, где *а*1 = 2, *d* = 2 и количество слагаемых равно *п*, можно применить формулу II. А можно задать эту прогрессию формулой *ап* = 2*п* и применить формулу I.

**V. Итоги урока.**

– Назовите формулу суммы первых *п* членов арифметической прогрессии (2 вида).

– В каких случаях удобнее применять формулу I, II?

**Домашнее задание:** № 605, № 607, № 608 (б), № 621 (а).

**У р о к 63  
Применение формулы суммы первых *п* членов  
арифметической прогрессии**

**Цели:** закреплять умения и навыки применения формулы суммы первых *п* членов арифметической прогрессии при решении задач; провести подготовку к контрольной работе.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Является ли арифметической прогрессией последовательность, заданная формулой:

а) *хп* = 2*п* + 1;

б) *уп* = *п*2 – *п*;

в) *zn* = –64?

2. Найдите разность арифметической прогрессии:

г) 17; 13; 9; …

д) (*хп*), если *х*10 = 4, *х*12 = 14;

е) (*уп*), если *уп* = 3*п* – 0,5.

3. (*ап*) – арифметическая прогрессия, вычислите:

ж) *а*7, если *а*1 = 1, *d* = –2;

з) *а*10, если *ап* = 17 · *п* – 100;

и) *а*12, если *а*1 = 0, *а*2 = 3.

**III. Проверочная работа.**

Работа проводится по вариантом, задания на «прямое» применение формулы суммы *п* первых членов арифметической прогрессии.

**В а р и а н т 1**

1) Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии, если *а*1 = 16,5; *d* = –1,5.

2) Найдите сумму первых сорока членов последовательности, заданной формулой *ап* = 3*п* + 2.

3) Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = 8, *а*7 = 26.

**В а р и а н т 2**

1) Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если *а*1 = 18,5; *d* = –2,5.

2) Найдите сумму первых двадцати членов последовательности, заданной формулой *хп* = 4*п* + 5.

3) Найдите сумму двенадцати первых членов арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = 6, *а*11 = 46.

О т в е т ы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | I вариант | II вариант |
| 1 | 99 | 72,5 |
| 2 | 2540 | 940 |
| 3 | 215 | 336 |

**IV. Формирование умений и навыков.**

Все упражнения, решаемые на этом уроке, можно условно разделить на следующие виды:

1) На вычисление суммы первых *п* членов арифметической прогрессии по двум формулам (требует выбора формулы в зависимости от условия задачи).

2) На вычисление отдельных членов, числа членов, разности арифметической прогрессии по формулам суммы первых *п* членов.

3) На нахождение вышеперечисленных величин при наличии дополнительных условий и ограничений, сводящиеся к решению систем уравнений, неравенств.

Задания первого вида были выполнены в ходе проверочной работы.

*Упражнения:*

№ 609 (в), № 610, № 612, № 614, № 616. Решение у доски с комментариями.

Р е ш е н и е

**№ 609 (в).**

(*ап*) – арифметическая прогрессия;

*ап* = 4*п*, *ап* ≤ 300;

4*п* ≤ 300;

*п* ≤ 75, значит, *п* = 75 – количество таких чисел.

*а*1 = 4; *а*75 = 4 · 75 = 300;

*S*75 =  · 75 = 11400.

О т в е т: 11400.

**№ 610.**

В этом упражнении задана арифметическая прогрессия (*ап*), где  
*а*1 = 10; *d* = 3. Наши формулы позволяют находить сумму с первого по *п*-й член включительно, а требуется найти с 15-го по 30-й включительно. Заметим, что мы можем найти суммы членов арифметической прогрессии с 1-го по 30-й и с 1-го по 14-й включительно, их разность и даст искомый результат.

*S*30 =  · 30; *S*30 =  · 30 = 1605.

*S*14 =  · 14; *S*14 =  · 14 = 413.

*S*30 – *S*14 = 1192.

О т в е т: 1192.

**№ 612.**

(*сп*) – арифметическая прогрессия;

*с*7 = 18,5; *с*17 = –26,5.





*S*20 =  · 20; *S*20 =  · 20 = 55.

О т в е т: 55.

**№ 616.**

Количество шаров в каждом ряду можно представить в виде арифметической прогрессии (*ап*), где *а*1 = 1; *d* = 1.

1. *Sn* = 120. Найти *п*.

*Sn* =  · *п*; 120 =  · *п*;

240 = (*п* + 1) · *п*;

*п*2 + *п* – 240 = 0;

*п* = 15 или *п* = –16, так как *п* *N*, то выбираем *п* = 15.

2. *п* = 30. Найти *S*30.

*S*30 =  · 30; *S*30 =  · 30 = 465.

О т в е т: 15 рядов, 465 шаров.

**V. Итоги урока.**

Ответить на контрольные вопросы *(учебник, с. 153).*

**Домашнее задание:** № 609 (б; г), № 611, № 613

**У р о к 64  
Контрольная работа № 4**

**В а р и а н т 1**

1. Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = –15 и *d* = 3.

2. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии: 8; 4; 0; …

3. Найдите сумму шестидесяти первых членов последовательности (*bп*), заданной формулой *bп* = 3*п* – 1.

4. Является ли число 54,5 членом арифметической прогрессии (*ап*), в которой *а*1 = 25,5 и *а*9 = 5,5?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 100.

**В а р и а н т 2**

1. Найдите восемнадцатый член арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = 70 и *d* = –3.

2. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии: –21; –18; –15; …

3. Найдите сумму сорока первых членов последовательности (*bп*), заданной формулой *bп* = 4*п* – 2.

4. Является ли число 30,4 членом арифметической прогрессии (*ап*), в которой *а*1 = 11,6 и *а*15 = 17,2?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 150.

**В а р и а н т 3**

1. Найдите тридцать второй член арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = 65 и *d* = –2.

2. Найдите сумму двадцати четырех первых членов арифметической прогрессии: 42; 34; 26; …

3. Найдите сумму восьмидесяти первых членов последовательности (*bп*), заданной формулой *bп* = 2*п* – 5.

4. Является ли число 6,5 членом арифметической прогрессии (*ап*), в которой *а*1 = –2,25 и *а*11 = 10,25?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 9 и не превосходящих 80.

**В а р и а н т 4**

1. Найдите сорок третий член арифметической прогрессии (*ап*), если *а*1 = –9 и *d* = 4.

2. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии: –63; –58; –53; …

3. Найдите сумму ста двадцати первых членов последовательности (*bп*), заданной формулой *bп* = 3*п* – 2.

4. Является ли число 35,8 членом арифметической прогрессии (*ап*), в которой *а*1 = –23,6 и *а*22 = 11?

5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 6 и не превосходящих 150.

В контрольной работе задания 1 и 2 обязательного уровня.

**Решение вариантов контрольной работы**

**В а р и а н т 1**

1. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = –15, *d* = 3.

*а*23 = *а*1 + 22*d*; *а*23 = –15 + 22 · 3 = –15 + 66 = 51.

О т в е т: 51.

2. 8; 4; 0; … – арифметическая прогрессия;

*а*1 = 8, *d* = – 4.

*Sn* =  · *п*; *S*16 =  · 16 = (16 – 60) · 8 =  
= –44 · 8 = –352.

О т в е т: –352.

3. *bп* = 3*п* – 1, значит, (*bп*) – арифметическая прогрессия.

*b*1 = 3 · 1 – 1 = 2; *b*60 = 3 · 60 – 1 = 179;

*Sn* =  · *п*; *S*60 =  · 60 = 181 · 30 = 5430.

О т в е т: 5430.

4. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = 25,5; *а*9 = 5,5.

Пусть *ап* = 54,5.

*d* = ; *d* =  =  = –2,5;

*ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1); 54,5 = 25,5 – 2,5 (*п* – 1); 2,5 (*п* – 1) = –29;

*п* – 1 = –11,6; *п* = –10,6, *п* *N*, значит, 54,5 не является членом арифметической прогрессии (*ап*).

О т в е т: нет.

5. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *ап* = 3*п*; *ап* ≤ 100;

3*п* ≤ 100; *п* ≤ 33, так как *п* *N*,то *п* = 33.

*Sn* =  · *п*; *а*1 = 3; *а*33 = 99, тогда

*S*33 =  · 33 = 1683.

О т в е т: 1683.

**В а р и а н т 2**

1. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = 70, *d* = –3.

*а*18 = *а*1 + 17*d*; *а*18 = 70 + 17 · (–3) = 70 – 51 = 19.

О т в е т: 19.

2. –21; –18; –15; … – арифметическая прогрессия;

*а*1 = –21, *d* = 3.

*Sn* =  · *п*; *S*20 =  · 20 =  · 20 =  
= 15 · 10 = 150.

О т в е т: 150.

3. *bп* = 4*п* – 2, значит, (*bп*) – арифметическая прогрессия.

*b*1 = 2; *b*40 = 4 · 40 – 2 = 160 – 2 = 158;

*Sn* =  · *п*; *S*40 =  · 40 = 160 · 20 = 3200.

О т в е т: 3200.

4. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = 11,6; *а*15 = 17,2.

Пусть *ап* = 30,4.

*d* = ; *d* =  =  = 0,4;

*ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1); 30,4 = 11,6 + 0,4 (*п* – 1); 0,4 (*п* – 1) = 18,8;

*п* – 1 = 47; *п* = 48, *п* *N*, значит, 30,4 является членом арифметической прогрессии (*ап*).

О т в е т: да.

5. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *ап* = 7*п*; *ап* ≤ 150;

7*п* ≤ 150; *п* ≤ 21, так как *п* *N*,то *п* = 21.

*Sn* =  · *п*; *а*1 = 7; *а*21 = 147, тогда

*S*21 =  · 21 = 77 · 21 = 1617.

О т в е т: 1617.

**В а р и а н т 3**

1. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = 65, *d* = –2.

*а*32 = *а*1 + 31*d*; *а*32 = 65 + 31 · (–2) = 65 – 62 = 3.

О т в е т: 3.

2. 42; 34; 26; … – арифметическая прогрессия;

*а*1 = 42, *d* = –8.

*Sn* =  · *п*; *S*24 =  · 24 =  · 24 =  
= –100 · 12 = –1200.

О т в е т: –1200.

3. *bп* = 2*п* – 5, значит (*bп*) – арифметическая прогрессия.

*b*1 = –3; *b*80 = 2 · 80 – 5 = 160 – 5 = 155

*Sn* =  · *п*; *S*30 =  · 80 = 152 · 40 = 6080.

О т в е т: 6080.

4. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = –2,25; *а*11 = 10,25.

Пусть *ап* = 6,5.

*d* = ; *d* =  = 1,25.

*ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1); 6,5 = –2,25 + 1,25 (*п* – 1);

1,25 (*п* – 1) = 8,75;

*п* – 1 = 7; *п* = 8, *п* *N*, значит, число 6,5 является членом арифметической прогрессии (*ап*).

О т в е т: да.

5. (*ап*) – арифметическая прогрессия, *ап* = 9*п*; *ап* ≤ 80;

9*п* ≤ 80; *п* ≤ 8, так как *п* *N*,то *п* = 8.

*а*1 = 9; *а*8 = 72, *Sn* =  · *п*; *S*8 =  · 8 = 324.

О т в е т: 324.

**В а р и а н т 4**

1. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *а*1 = –9, *d* = 4.

*а*43 = *а*1 + 42*d*; *а*43 = –9 + 42 · 4 = –9 + 168 = 159.

О т в е т: 159.

2. –63; –58; –53; … – арифметическая прогрессия;

*а*1 = –63, *d* = 5.

*Sn* =  · *п*; *S*14 =  · 14 =  · 14 =  
= –61 · 7 = –427.

О т в е т: –427.

3. *bп* = 3*п* – 2, значит (*bп*) – арифметическая прогрессия.

*b*1 = 1; *b*120 = 3 · 120 – 2 = 358

*Sn* =  · *п*; *S*120 =  · 120 = 359 · 60 = 21540

О т в е т: 21540.

4. (*ап*) – арифметическая прогрессия, *а*1 = –23,6; *а*22 = 11.

Пусть *ап* = 35,8.

*d* = ; *d* =  =  = 1;

*ап* = *а*1 + *d* (*п* – 1); 35,8 = –23,6 + (*п* – 1);

(*п* – 1) = –59,4; *п* – 1 = ; *п* – 1 = 36;

*п* = 37, *п* *N*, значит, число 35,8 не является членом арифметической прогрессии (*ап*).

О т в е т: нет.

5. (*ап*) – арифметическая прогрессия; *ап* = 6*п*; *ап* ≤ 150;

6*п* ≤ 150; *п* ≤ 25, так как *п* *N*, то *п* = 25.

*Sn* =  · *п*; ; *а*1 = 6; *а*25 = 150, тогда

*S*25 =  · 25 = 78 · 25 = 1950.

**У р о к 65**

**Геометрическая прогрессия. Формула  
*п*-го члена геометрической прогрессии**

**Цели:** ввести понятия геометрической прогрессии и знаменателя геометрической прогрессии; вывести формулу *п*-го члена геометрической прогрессии; формировать умения нахождения знаменателя и нескольких первых членов геометрической прогрессии по первому члену и знаменателю, а также *п*-го члена по формуле.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Анализ результатов контрольной работы.**

Разбор типичных ошибок, допущенных учащимися в контрольной работе, консультация учителя.

**III. Устная работа.**

Подставьте в квадратик пропущенный элемент, назовите формулу для арифметической прогрессии (*ап*).

а) *ап* + 1 = *а*1 + ;

б) *ап* = *а*1 + *d* · ;

в) 2*ап* =  + *ап* + 1;

г)  = *kn* + *b;*

д) ;

е) .

**IV. Объяснение нового материала.**

1. Для мотивации изучения геометрической прогрессии целесообразно начать с решения задачи практического характера, например по расчету банковских процентов.

З а д а ч а. Родители девятиклассника положили на его имя в банк 10000 рублей на счет, по которому сумма вклада ежегодно возрастает на 9 %. Какая сумма будет на счету к его совершеннолетию через три года? Через шесть лет?

Р е ш е н и е

Начальная сумма вклада составляет 10000 р. Через год эта сумма возрастает на 9 % и составит 109 % от 10000 р. Обозначим *b*1 сумму на счету к концу первого года, тогда *b*1 = 10000 · 1,09 (р.). К концу второго года уже сумма *b*1 увеличится на 9 % и составит *b*2 = *b*1 · 1,09. К концу третьего года сумма составит *b*3 = *b*2 · 1,09. И так далее.

Рассмотрим последовательность *b*1, *b*2, *b*3, … *b*6, … *bп*, в ней каждый член, начиная со второго, получен умножением предыдущего члена на 1,09. Эта последовательность является примером геометрической прогрессии.

2. *Определение*. ***Геометрической прогрессией*** называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

(*bп*) – геометрическая прогрессия, если для любого *n* *N* выполняются условия *bп* ≠ 0 и *bп* + 1 = *bп* · *q*, где *q* – некоторое число. Число *q* называется знаменателем геометрической прогрессии, так как из определения следует, что  = *q*.

Напоминаем ученикам, что геометрическая прогрессия – частный вид последовательности, заданной рекуррентным способом.

3. Характер поведения геометрической прогрессии в зависимости от значений *q* следует разобрать с учащимися более детально, например по такому плану:

а) Пусть *q* > 1, тогда члены геометрической прогрессии таковы, что их значения имеют один и тот же знак и возрастают по модулю.

П р и м е р: 1; 3; 9; 27; 81; … (то есть *b*1 = 1, *q* = 3) или

–2; –8; –32; … (то есть *b*1 = –2, *q* = 4).

б) Если 0 < *q* < 1, то члены геометрической прогрессии таковы, что их значения имеют один и тот же знак и убывают по модулю.

П р и м е р:  (то есть *b*1 = 1, *q* = ) или

 (то есть *b*1 = –1, *q* = ).

в) Пусть *q* < –1, тогда члены геометрической прогрессии принимают знакочередующиеся значения, убывающие по модулю.

П р и м е р:  (то есть *b*1 = –8, *q* = ).

д) При *q* = 1 все члены геометрической прогрессии одинаковы, то есть *b*1; *b*1; *b*1; …; *b*1; …, а при *q* = –1 все члены геометрической прогрессии отличаются друг от друга лишь знаками, то есть: *а*1; –*а*1; *а*1; –*а*1; …

4. Вывод формулы *п*-го члена не вызывает затруднений у учащихся, действуем по аналогии с арифметической прогрессией. Сильному в учебе классу можно предложить провести доказательство самостоятельно.

 Пусть (*bп*) – геометрическая прогрессия и *b*1 – первый член, *q* – знаменатель, тогда

*b*2 = *b*1 · *q*

*b*3 = *b*2 · *q* = (*b*1 · *q*) · *q* = *b*1 · *q*2

*b*4 = *b*3 · *q* = (*b*1 · *q*2) · *q* = *b*1 · *q*3

*b*5 = *b*4 · *q* = (*b*1 · *q*3) · *q* = *b*1 · *q*4

… …

 – формула *п*-го члена геометрической прогрессии 

**V. Формирование умений и навыков.**

1. Вернемся к решению задачи с банковскими процентами. Мы имеем геометрическую прогрессию (*bп*), где *b*1 = 10000, *q* = 1,09. Сумма, накопленная вкладчиком, через три года будет равняться четвертому члену этой прогрессии, а через шесть лет – седьмому.

В ы ч и с л и м: *b*4 = 10000 · (1,09)3 ≈ 12950;

*b*7 = 10000 · (1,09)6 ≈ 16771.

О т в е т: на счету у вкладчика через три года окажется сумма, приближенно равная 12950 р.; через шесть лет – 16771 р.

2. *Упражнения:*

**№ 623 (а, в), № 624 (а, в, д).** Самостоятельное решение с последующей проверкой.

**№ 627 (а, б), № 628 (б, в).** Решение у доски с объяснениями.

**VI. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте определение геометрической прогрессии.

– Сформулируйте определение знаменателя геометрической прогрессии.

– Назовите формулу *п*-го члена геометрической прогрессии.

**Домашнее задание:** № 623 (б, г), № 624 (б, г, е), № 627 (в, г), № 628 (а, г),

**У р о к 66  
Свойство геометрической прогрессии**

**Цели:** вывести и доказать характеристическое свойство геометрической прогрессии; формировать умение применять свойство геометрической прогрессии при решении задач; закрепить умения и навыки применения определения и формулы *п*-го члена геометрической прогрессии.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Математический диктант.**

*Работа выполняется по вариантам (в квадратных скобках дано задание, относящееся ко второму варианту).*

1) У геометрической прогрессии первый член 8 [9], второй член 4 [3]. Найдите знаменатель *q*.

2) У геометрической прогрессии первый член 9 [8], второй член 3 [4]. Найдите третий член.

3) Найдите четвертый [шестой] член геометрической прогрессии, если ее первый член равен 1, а знаменатель *q* равен –2.

4) Является ли последовательность степеней числа 2 [3] геометрической прогрессией?

5) Является ли последовательность четных [нечетных] чисел геометрической прогрессией?

О т в е т ы: 1) 

2) 1 [2];

3) –8 [–32];

4) да [да];

5) нет [нет].

**III. Объяснение нового материала.**

1. Создание проблемной ситуации, востребование умения действовать «по аналогии».

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Арифметическая прогрессия  (*ап*) |  | Геометрическая прогрессия  (*bn*) |
| *an* – 1 = *an* – *d* |  | *bn* – 1 = |
| *an* |  | *bn* |
| *an* + 1 = *an* + *d* |  | *bn* + 1 = *bn* · *q* |
| *an* – 1 + *an* + 1 = *an* – *d* + *an* + *d*    *an* – 1 + *an* + 1 = 2*an* |  | *bn* – 1 · *bn* + 1 =  · *bn* · *q*    *bn* – 1 · *bn* + 1 = |

Здесь следует обратить внимание учащихся, что при выводе соответствующего свойства для арифметической прогрессии в равенствах у нас были слагаемые *d* и – *d*, поэтому для их сокращения требовалось почленно складывать неравенства. Для геометрической прогрессии в равенствах сомножители *q* и , поэтому следует перемножить равенства.

2. Теперь можно сформулировать с в о й с т в о геометрической прогрессии: «Квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего ее членов».

 Доказательство приведено выше. 

Как и в случае с арифметической прогрессией, можно доказать обратную теорему, которая будет являться п р и з н а к о м геометрической прогрессии: «Если в последовательности чисел, отличных от нуля, квадрат каждого члена, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего членов, то эта последовательность является геометрической прогрессией».

 Пусть  = *bn* – 1 · *bn* + 1, для любого *п* ≥ 2, так как все числа отличны от нуля, разделим обе части равенства на *bn* · *bn* – 1, получим . Это означает, что отношение последующего члена к предыдущему – постоянное число, значит, (*bn*) – геометрическая прогрессия. 

3. Продолжаем действовать по аналогии. Характеристическое свойство геометрической прогрессии можно переписать и сформулировать по-другому:

 = *bn* – 1 · *bn* + 1,

, то есть модуль любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, является ***средним геометрическим*** предыдущего и последующего членов (для арифметической прогрессии речь шла о среднем арифметическом).

**IV. Формирование умений и навыков.**

В соответствии с поставленными целями на этом уроке следует выполнить следующие группы заданий:

1) Вычисление *п*-го члена геометрической прогрессии по формуле  
(«прямое» применение).

2) Нахождение знаменателя и первого члена прогрессии по формуле *п*-го члена геометрической прогрессии («не прямое» применение).

3) Использование характеристического свойства геометрической прогрессии для нахождения членов и знаменателя геометрической прогрессии.

4) Комбинированные задания.

Кроме того, в некоторых заданиях не указана явно геометрическая прогрессия – ее необходимо «увидеть», задать, обосновать и только затем решать, используя соответствующие формулы.

*Упражнения:*

**№ 625 (а, б), № 626 (а).** «Прямое» применение формулы *п*-го члена геометрической прогрессии.

**№ 630, № 631.** «Не прямое» применение формулы *п*-го члена геометрической прогрессии, либо на использование характеристического свойства геометрической прогрессии.

**№ 631 (а).**

Р е ш е н и е

(*сп*) – геометрическая прогрессия;

*с*5 = –6, *с*7 = –54.

|  |  |
| --- | --- |
| I с п о с о б. *с*5 = *с*1 · *q*4  *с*7 = *с*1 · *q*6 |  |

*q*2 = , *q*2 = 9, *q* = 3 или *q* = –3.

II с п о с о б. | *с*6 | =  = 18; значит,

*с*6 = 18 или *с*6 = –18, тогда

*q* = ; *q* =  = –3 или *q* =  = 3.

О т в е т: 3; –3.

Обычно удобнее решать первым способом, но можно и вторым, способы равносильны.

**№ 632 (а), № 633 (б).**

**№ 629.** В этой задаче используются межпредметные связи с геометрией.

*А*1*ВС*1 подобен *АВС,* и коэффициент подобия равен .

Площади этих треугольников относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров, значит, , то есть .

Аналогично докажем, что . И т. д.

Значения площадей треугольников образуют геометрическую прогрессию (*хп*), где *х*1 = 768 и *q* = . Площадь *А*9*ВС*9 равна десятому члену этой прогрессии. Вычислим его:



О т в е т:  см2.

**№ 638.** Задача аналогична той, которую решали перед введением понятия геометрической прогрессии.

**№ 643.** Задание повышенной сложности можно прорешать с учащимися, чтобы закрепить не только навыки применения свойств арифметической и геометрической прогрессии, но и умение действовать по аналогии.

Р е ш е н и е

Пусть *a*; *b*; *c* – арифметическая прогрессия.

По условию *a* + *b* + *c* = 21 (\*) и *a*; (*b* – 1); (*c* + 1) – геометрическая прогрессия. По свойству арифметической прогрессии 2*b* = *а* + *с*, значит, из (\*) 3*b* = 21, *b* = 7.

*а* + *с* = 21 – 7 = 14;

*с* = 14 – *а*.

По свойству геометрической прогрессии

(*b* – 1)2 = *a* · (*с* + 1);

36 = *а* (15 – *а*);

*а*2 – 15*а* + 36 = 0;

*а* = 3 или *а* = 12, тогда

*с* = 14 – 3 = 11 или *с* = 14 – 12 = 2.

О т в е т: 3; 7; 11 или 12; 7; 2.

**V. Итоги урока.**

**Домашнее задание:** № 625 (в, г), № 626 (б), № 634, № 639.

**У р о к 67  
Нахождение суммы первых *п* членов  
геометрической прогрессии**

**Цели:** вывести формулу суммы первых *п* членов геометрической прогрессии; формировать умение применять эту формулу при решении задач.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1**

1) Выпишите формулу *п* члена геометрической прогрессии.

2) В геометрической прогрессии (*bп*) известны *b*1 = 1,6 и *q* = 2. Найдите *b*5; *bk*.

3) Найдите первый член геометрической прогрессии (*bп*), в которой *b*6 = , *q* = .

4) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что *b*4 = 25, *b*6 = 16.

**В а р и а н т 2**

1) Выпишите характеристическое свойство геометрической прогрессии.

2) В геометрической прогрессии (*ап*) известны *а*1 = 3,2 и *q* = . Найдите *а*4; *аk* + 1.

3) Найдите первый член геометрической прогрессии (*ап*), в которой *а*5 = , *q* = .

4) Найдите знаменатель геометрической прогрессии (*bn*), в которой *b*6 = 100, *b*8 = 9.

О т в е т ы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | *bn* = *b*1 · *qn* – 1 | *bn*2 = *bn* – 1 · *bn* + 1 |

*Окончание табл.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 25,6; 0,8 · 2*k* | 0,4; 1,6 · |
| 3 | 9 |  |
| 4 | или – | 0,3 или –0,3 |

**III. Объяснение нового материала.**

1. У с т н а я р а б о т а (актуализация знаний).

Упростить выражение:

а) ; б) ; в) 3*п* + 1 – 3*п* – 1.

2. Привести легенду об индийском принце и изобретателе шахмат, который в награду за изобретение попросил столько пшеничных зерен, сколько их получится, если на 1-ю клетку положить одно зерно, на вторую – в два раза больше, на третью – в два раза больше, чем на вторую, и т. д. до 64-й клетки.

Количество зерен в клетках составляет геометрическую прогрессию 1; 2; 22; 23; … 263. Если мы сумму обозначим через *S*, то

*S* = 1 + 2 + 22 + 23 + … + 263. Домножим обе части на знаменатель геометрической прогрессии:

2*S* = 2 + 22 + 23 + … + 263 + 264;

2*S* – *S* = (2 + 22 + 23 + … + 263 + 264) – (1 + 2 + 22 + 23 + … + 263);

*S* = 264 – 1.

Если подсчитать это число и перевести на килограммы, то масса превысит триллион тонн.

3. Решая предыдущую задачу, мы уже определим принцип вывода формулы суммы первых *п* членов геометрической прогрессии.

Повторим эти рассуждения для произвольных *b*1 и *q*.

*Sп* = *b*1 + *b*2 + *b*3 + … *bп* – 1 + *bп;* (1)

, так как *b*1*q* = *b*2,

, получаем

. (2)

Вычитаем почленно из (2) равенство (1) и получаем



*Sn* (*q* – 1) = *bnq* – *b*1, тогда

|  |  |
| --- | --- |
|  | – формула суммы первых  *п* членов геометрической  прогрессии. |

Задать учащимся вопрос: а как быть в случае, когда *q* =1?

4. Также можно дать задание самостоятельно преобразовать формулу, чтобы выражать сумму только через *b*1, *q* и *п*.

|  |
| --- |
|  |

**IV. Формирование умений и навыков.**

*Упражнения:*

**№ 648, № 649 (а, г).** Самостоятельное решение упражнений на «прямое» применение формулы II.

**№ 651 (а, б), № 653.** Решение у доски с комментариями.

**№ 654.**

Р е ш е н и е

а) (*хп*) – геометрическая прогрессия; *х*5 = 1 = ; *q* = .

*х*5 = *х*1 · *q*4;  = *х*1 · ;  =  · *х*1; *х*1 = 90.

*S*5 = ; *S*5 =  = 134.

О т в е т: 134.

При решении этого примера можно использовать обе формулы нахождения суммы первых *п* членов геометрической прогрессии, и учащиеся должны уметь выбирать формулу в зависимости от задачной ситуации.

**№ 655.** Это задание повышенной трудности, для решения которого следует не только подставлять значения в формулу, но и оценивать результат, исключать посторонние решения.

Р е ш е н и е

|  |  |
| --- | --- |
| *а*1 > 0, *a*3 > 0, *a*5 > 0  *а*2 < 0, *а*4 < 0 | *q* < 0 |

*а*1 = 2, *a*5 = 162;

*a*5 = *а*1 · *q*4; 162 = 2 · *q*4;

*q*4 = 81;

*q* = –3, так как *q* < 0.

*S*6 = ; *S*6 =  =  = –364.

О т в е т: –364.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– По каким формулам находят сумму первых *п* членов геометрической прогрессии?

– Какие ограничения накладываются на выражения в формулах?

– Как находится сумма первых *п* членов геометрической прогрессии со знаменателем, равным 1?

**Домашнее задание:**

**У р о к 68  
Применение формулы суммы первых *п* членов  
геометрической прогрессии**

**Цели:** закреплять умения и навыки применения формулы суммы первых *п* членов геометрической прогрессии при решении задач; провести подготовку к контрольной работе.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Вычислить:

а) 32*п* : 9*п* – 1; *(9.)*

б) 4*п* · 26 – 2*п*; *(64.)*

в) 16 : 41 + 2*п* · 8*п*. *(2*2 – *п.)*

2. Является ли геометрической прогрессией последовательность (*хп*), если:

а) *хп* = 2*п*; *(Да.)*

б) *хп* = 3–*п*; *(Да.)*

в) *хп* = *п*2; *(Нет.)*

г) *хп* = *a* · *bn*, если *а*  0, *b*  0. *(Да.)*

3. Существуют ли три числа, которые составляют одновременно арифметическую и геометрическую прогрессию? *(Да, любые три равных числа.)*

**III. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке предлагаются для решения упражнения на нахождение суммы первых *п* членов геометрической прогрессии по двум формулам, а также задания на применение формулы *п*-го члена и характеристического свойства геометрической прогрессии, в том числе повышенной сложности. Перед решением следует вспомнить определение геометрической прогрессии и все формулы, относящиеся к ней.

*Упражнения:*

1. **№ 635.**

Р е ш е н и е

(*хп*) – геометрическая прогрессия.

(*хп*) : 2; *а*; *b*; ;

;

;

.

О т в е т: *а* = 1; *b* = .

**№ 640.**

Р е ш е н и е

(*хп*) – геометрическая прогрессия.

*х*1 = 760;

*q* = 0,8, так как после каждого движения поршня удаляется 20 % воздуха, значит, остается 80 %. Давление после шести движений поршня равно *х*7 = *х*1 · *q*6; *х*7 = 760 · (0,8)6 ≈ 199,23.

О т в е т: ≈ 199,23 мм рт. ст.

2. С а м о с т о я т е л ь н а я р а б о т а (с последующей проверкой на этом же уроке).

**В а р и а н т 1**

1) Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (*bn*), в которой .

2) Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 5; –2,5; … .

3) (*ап*) – геометрическая прогрессия. Найдите *S*4, если *а*1 = 3, *q* = –2.

4) Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой *q* = , *S*4 = 65.

**В а р и а н т 2**

1) Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии (*bn*), в которой .

2) Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 1,5; –3; … .

3) (*aп*) – геометрическая прогрессия. Найдите *S*5, если *а*1 = 18, *q* = –.

4) Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой *q* = 2, *S*8 = 765.

Р е ш е н и я самостоятельной работы

**В а р и а н т 1**

1) 



2) ;



3) 

4) 



**В а р и а н т 2**

1) 



2) 



3) 

4) 



3. З а д а н и я п о в ы ш е н н о й с л о ж н о с т и.

**№ 657.**

Д а н о: (*хп*) – геометрическая прогрессия.

*хп* > 0 для любого *n* *N;*

*х*1 + *х*2 = 8; *х*3 + *х*4 = 72; *Sk* = 242.

Н а й т и: *k*.

Р е ш е н и е

Пусть *q* – знаменатель прогрессии и *q* > 0 (так как *хп* > 0), тогда по определению *хп* = *х*1 · *qп* – 1. По условию





Получаем 

 (так как *q* > 0).

Находим 



3*k* = 243; 3*k* = 35; *k* = 5.

О т в е т: 5 членов.

З а д а ч а. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 13, а сумма их квадратов равна 91. Найдите первый член прогрессии, ее знаменатель и сумму пяти первых членов.

Р е ш е н и е

Пусть *a*, *b*, *c* – первые члены геометрической прогрессии. По свойству геометрической прогрессии имеем *b*2 = *ac*. Учитывая условия задачи, запишем следующую систему уравнений с тремя неизвестными:



Из первого уравнения *a* + *c* = 13 – *b*. Возведем обе части уравнения в квадрат, получим:

*a*2 + 2*ac* + *c*2 = 169 – 26*b* + *b*2 (1);

из второго уравнения *a*2 + *c*2 = 91 – *b*2. Подставляем в уравнение (1) и получаем:

91 – *b*2 + 2*b*2 = 169 – 26*b* + *b*2,

26*b* = 78,

*b* = 3.

Подставляем значение *b* = 3 в исходную систему и получаем:





Таким образом, первые три члена последовательности 1; 3; 9 (*q* = 3) или 9; 3; 1 .



О т в е т: 1; 3; 121 или 9; 

Задачи повышенной сложности можно решать следующим образом: разобрать идею решения, составить исходную систему уравнений, а ее решение предложить выполнить самостоятельно дома. Или сильным в учебе ученикам предложить решить в классе, а с более слабыми учениками продолжить отрабатывать основные формулы по стандартным упражнениям из сборника самостоятельных работ.

**IV. Итоги урока.**

Ответить на контрольные вопросы (учебник, с. 163).

**Домашнее задание:** № 636, № 658, № 710.

**У р о к 69  
Контрольная работа № 5**

**В а р и а н т 1**

1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (*bп*), если *b*1 = –32 и *q* = .

2. Первый член геометрической прогрессии (*bп*) равен 2, а знаменатель равен 3. Найдите сумму шести первых членов этой прогрессии.

3. Между числами  и 3 вставьте три числа, которые вместе с данными числами образуют геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму девяти первых членов геометрической прогрессии (*bп*) с положительными членами, зная, что *b*2 = 0,04 и *b*4 = 0,16.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (*ап*), в которой *q* = 3, *S*4 = 560.

**В а р и а н т 2**

1. Найдите шестой член геометрической прогрессии (*bп*), если *b*1 = 0,81 и *q* = .

2. Первый член геометрической прогрессии (*bп*) равен 6, а знаменатель равен 2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.

3. Между числами  и 196 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (*bп*) с положительными членами, зная, что *b*2 = 1,2 и *b*4 = 4,8.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (*ап*), в которой *q* = –2, *S*5 = 330.

**В а р и а н т 3**

1. Найдите пятый член геометрической прогрессии (*bп*), если *b*1 = –125 и *q* = .

2. Первый член геометрической прогрессии (*bп*) равен 4, а знаменатель равен 2. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.

3. Между числами 48 и  вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они составили геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии (*bп*) с положительными членами, зная, что *b*3 = 0,05 и *b*5 = 0,45.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (*ап*), в которой *q* = –3, *S*4 = 400.

**В а р и а н т 4**

1. Найдите девятый член геометрической прогрессии (*bп*), если  
*b*1 = 100000 и *q* = .

2. Первый член геометрической прогрессии (*bп*) равен 6, а знаменатель равен 4. Найдите сумму пяти первых членов этой прогрессии.

3. Между числами 35 и  вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовывали геометрическую прогрессию.

4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (*bп*) с положительными членами, зная, что *b*3 = 3,6 и *b*5 = 32,4.

5. Найдите первый член геометрической прогрессии (*ап*), в которой *q* = 2, *S*5 = 403.

**Решение вариантов контрольной работы**

**В а р и а н т 1**

1. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = –32, *q* = .

*b*7 = *b*1 · *q*6, 

О т в е т: –0,5.

2. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 2, *q* = 3.

.

О т в е т: 728.

3. ; *а*2; *а*3; *а*4; 3 – геометрическая прогрессия,



1) 

2) 

О т в е т: 1) ; 2) .

4. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *bп* > 0, *b*2 = 0,04, *b*4 = 0,16.

*b*2 = *b*1 · *q*;

;

0,16 = 0,04 · *q*2; *q*2 = 4; *q* = 2 (так как *bп* > 0)





О т в е т: 10,22.

5. (*ап*) – геометрическая прогрессия, *q* = 3, *S*4 = 560.



О т в е т: 14.

**В а р и а н т 2**

1. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 0,81, *q* = .

*b*6 = *b*1 · *q*5, 

О т в е т: .

2. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 6, *q* = 2.



О т в е т: 762.

3. ; *а*2; *а*3; *а*4; 196 – геометрическая прогрессия,



1) 

2) 

О т в е т: 1) ; 2) .

4. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *bп* > 0, *b*2 = 1,2, *b*4 = 4,8.

*b*2 = *b*1 · *q*;

;

4,8 = 1,2 · *q*2; *q*2 = 4; *q* = 2 (так как *bп* > 0);





О т в е т: 153.

5. (*ап*) – геометрическая прогрессия, *q* = –2, *S*4 = 330.



О т в е т: 30.

**В а р и а н т 3**

1. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = –125, *q* = .

*b*5 = *b*1 · *q*4, 

О т в е т: –0,2.

2. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 4, *q* = 2.



О т в е т: 1020.

3. 48; *а*2; *а*3; *а*4;  – геометрическая прогрессия,



1) 

2) 

О т в е т: 1) ; 2) .

4. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *bп* > 0, *b*3 = 0,05, *b*5 = 0,45.

*b*3 = *b*1 · *q*2;

;

0,45 = 0,05 · *q*2; *q*2 = 9; *q* = 3 (так как *bп* > 0);





О т в е т: 18.

5. (*ап*) – геометрическая прогрессия, *q* = –3, *S*4 = 400.



О т в е т: –20.

**В а р и а н т 4**

1. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 100000, *q* = .

*b*9 = *b*1 · *q*8, 

О т в е т: 0,256.

2. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *b*1 = 6, *q* = 4.



О т в е т: 2046.

3. 35; *а*2; *а*3; *а*4;  – геометрическая прогрессия,



1) 

2) 

О т в е т: 1) ; 2) .

4. (*bп*) – геометрическая прогрессия, *bп* > 0, *b*3 = 3,6, *b*5 = 32,4.

*b*3 = *b*1 · *q*2;

;

32,4 = 3,6 · *q*2; *q*2 = 9; *q* = 3 (так как *bп* > 0);





О т в е т: 48,4.

5. (*ап*) – геометрическая прогрессия, *q* = 2, *S*5 = 403.



О т в е т: 13.

**У р о к 70  
Обощающий урок по теме  
«Арифметическая и геометрическая прогрессии»**

**Цель:** систематизировать знания и умения по изученной теме.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Анализ результатов контрольной работы.**

1. Учащиеся, выполнившие задания контрольной работы на «хорошо» и «отлично», получают карточки-задания повышенной сложности.

**К а р т о ч к а № 1.**

1. Найдите число членов арифметической прогрессии *а*1;*а*2; …; *а*2*п*, если *а*2 + *а*4 + *а*6 + … + *а*2*п* = 126 и *ап* – 2 + *ап* + 4 = 42.

1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 16; 5) 12.

2. Найдите 1 – 3 + 5 – 7 + 9 – 11 + … + 97 – 99.

1) –46; 2) –48; 3) –50; 4) –52; 5) –54.

3. Вычислите сумму первых *п* членов последовательности 1; 3; 7; 15; 31; …; 2*п*– 1.

1) 4*п* + 3*п*; 2) 2 (2*п* –1) – *п*; 3) 2*п*+ *п* + 1;

4) 22*п*– 4*п*; 5) определить нельзя.

**К а р т о ч к а № 2.**

1. Сколько бы ни взять первых членов арифметической прогрессии, сумма их равна утроенному произведению квадрата числа этих членов. Найдите седьмой член этой прогрессии.

1) 8; 2) 9; 3) 11; 4) 10; 5) 7.

2. На сколько уменьшится сумма 1 · 4 + 2 · 8 + 3 · 12 + … + 20 · 80, если второй множитель в каждом слагаемом уменьшить на единицу?

1) 60; 2) 120; 3) 210; 4) 375; 5) 465.

3. Найдите сумму всех натуральных чисел от 1 до 75 включительно, при делении квадратов которых на 3, получается остаток, равный 1.

1) 1875; 2) 925; 3) 1900; 4) 2850; 5) 2125.

**К а р т о ч к а № 3.**

1. Сумма четырех первых членов арифметической прогрессии равна 124, а сумма четырех последних ее членов равна 156. Сколько членов в этой прогрессии, если известно, что сумма их равна 350?

1) 8; 2) 9; 3) 11; 4) 10; 5) 7.

2. На сколько уменьшится сумма 1 · 4 + 2 · 6 + 3 · 8 + … + 10 · 22, если второй множитель в каждом слагаемом уменьшить на 3?

1) 165; 2) 30; 3) 180; 4) 90; 5) 330.

3. Вычислите сумму (*а*3 – *а*1) + (*а*5 – *а*3)2 + … + (*а*19 – *а*17)2 для арифметической прогрессии с членами *а*1, *а*2, … *ап* и разностью *d* = 1.

1) 1022; 2) 8192; 3) 4094; 4) 8194; 5) 4096.

**К а р т о ч к а № 4.**

1. Сумма первых четырех членов возрастающей геометрической прогрессии равна 15, а сумма последующих четырех членов равна 240. Найдите сумму первых шести членов этой прогрессии.

1) 31; 2) 48; 3) 63; 4) 127; 5) 144.

2. Найдите сумму первых 20 чисел, которые при делении на 5 дают остаток 1.

1) 950; 2) 1070; 3) 1090; 4) 1030; 5) 1100.

3. Сколько арифметических прогрессий (*хп*) удовлетворяют условию (| *хп* | – 1)2 + (| *хп* | – 1)2 + … + (| *хп* | – 1)2 + ... = 0?

1) 2; 2) 1; 3) *n*; 4) 2*n*; 5) *n* – 1.

**К а р т о ч к а № 5.**

1. На сколько меньше десяти корень уравнения:

?

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

2. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 9 дают в остатке 4.

1) 527; 2) 535; 3) 536; 4) 542; 5) 545.

3. Чему равен знаменатель геометрической прогрессии, состоящей из четного числа членов, если сумма всех ее членов в три раза больше суммы членов, стоящих на нечетных местах?

1) 3; 2) ; 3) ; 4) 2; 5) 3.

**К а р т о ч к а № 6.**

1. Начиная с какого номера, члены геометрической прогрессии –8; 4; –2; … будут по модулю меньше 0,001?

1) 16; 2) 12; 3) 15; 4) 14; 5) 13.

2. Не равные нулю числа *x*, *y*, *z* образуют в указанном порядке знакопеременную геометрическую прогрессию, а числа *x* + *y*; *y* + *z*; *z* + *x* – арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

1) –2; 2) –1; 3) –3; 4) –5; 5) –4.

3. Числовая последовательность 1; 8; 22; 43; … обладает таким свойством, что разности двух соседних членов составляют арифметическую прогрессию 7; 14; 21; … . Какой член данной последовательности равен 35351?

1) 97; 2) 99; 3) 101; 4) 103; 5) 107.

**К а р т о ч к а № 7.**

1. Укажите натуральное число, равное  суммы всех предшествующих ему натуральных нечетных чисел.

1) 18; 2) 30; 3) 24; 4) 36; 5) 48.

2. Если к первым четырем членам геометрической прогрессии прибавить соответственно 1, 1, 4 и 18, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

1) 2; 2) –2; 3) 3; 4) –3; 5) 4.

3. В последовательности, состоящей из натуральных чисел, второй член больше первого, а каждый член последовательности, начиная с третьего, является произведением двух предыдущих. Если четвертый член равен 18, то чему равна разность между вторым и первым членами последовательности?

1) 1; 2) 5; 3) 17; 4) 1 или 17; 5) 7.

**К а р т о ч к а № 8.**

1. Укажите натуральное число, равное  суммы всех предшествующих ему натуральных нечетных чисел.

1) 68; 2) 24; 3) 32; 4) 64; 5) 40.

2. Последовательность (*ап*) задана рекуррентной формулой *а*1 = 0,  
*а*2 = 1, … *ап* + 2 = *ап* + 1 – *ап*. Найдите 885-й член этой последовательности.

1) 1; 2) 0; 3) –1; 4) 2; 5) 3.

3. В последовательности, состоящей из натуральных чисел, первый член выбирается случайным образом, а каждый последующий член последовательности получается возведением предыдущего в квадрат и вычитанием из результата 5. Если третий член равен 116, то чему равен первый член последовательности?

1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 7; 5) 8.

О т в е т ы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № карточки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1-е задание | 5 | 4 | 4 | 3 | 1 | 4 | 3 | 3 |
| 2-е задание | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 3-е задание | 2 | 1 | 1 | 1 | 4 | 3 | 1 | 2 |

2. Остальные учащиеся разбирают свои ошибки в группах (создаются 2 группы). Раздать учащимся шаблоны с правильным решением подобных задач из контрольной работы. Учащиеся сами выбирают нужную карточку и, используя ее, решают ошибочное задание. Исправив ошибочное решение, ученик выходит к доске и показывает правильное решение всему классу. После окончания этой работы ученики могут приступать к решению заданий по карточкам.

**III. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Что такое последовательность? Какие способы задания последовательности существуют?

– Сформулируйте определение арифметической прогрессии. Какое число называется разностью арифметической прогрессии?

– Сформулируйте определение геометрической прогрессии. Какое число называется знаменателем геометрической прогрессии?

– Запишите формулы *п*-го члена и суммы первых *п* членов для арифметической и геометрической прогрессий.

**Домашнее задание:**