Филиал МБОУ Токарёвской СОШ №1 в с.Полетаево

**Нестандартные приемы устного счета**

Исследовательская работа

 Автор: Семёнова Ангелина Николаевна

 научный руководитель: Зуева Ирина Петровна

 учитель математики

Полетаево 2014 год

**Содержание**

Введение. 4-6

Глава I. Исследование теории

1.1.     Возникновение счета у первобытных людей 7-8

1.2.     Изменение счета при появлении цивилизации 8-9

1.3.     Первая литература по способам счёта 9

1.4.     Таблица умножения на пальцах 10-11

1.5.     Люди – феномены быстрого счёта 12-13

Глава II. Эксперименты и анализ решения

2.1.     Умножение на 11 числа, сумма цифр которого меньше 10 14

2.2.     Умножение на 11 числа, сумма цифр которого больше 10. 14

2.3 Умножение на одиннадцать (по Трахтенбергу). 14-15

2.4 Умножение на 22,33,…,99 15-16

2.5 Умножение на число 111, 1111 и т. д., зная правила

умножения двузначного числа на число 11. 16-17

2.6. Умножение двузначного числа на 101, 1001 и т.д. 17

2.7. Умножение на 37 18

2.8. Алгоритм перемножения двузначных чисел, близких к 100 18

2.9. Умножение трёхзначного числа на 999. 19

2.10. Умножение на шесть ( по Трахтенбергу) 19-21

Выводы. 21

Список использованной литературы. 22

**Введение.**

Для участия в конференциитворческих работ школьников «Малые грани*.*» я достаточно быстро определилась с выбором темы. Мне всегда было интересно, какими методами пользуются учителя математики при проверке тетрадей, при объяснении нового материала, когда приходится произвести быстрый расчёт. Определённые приёмы быстрого счёта, предложенные на уроках, мне давались легко, но чем дальше мы познаём математику, тем больше мне хочется узнать о том, как можно еще использовать быстрый счёт на более сложных числах.

В наш век высоких технологий и повсеместного использования компьютера умение быстро и правильно производить в уме достаточно сложные вычисления ни в коем случае не утратило своей актуальности. Гибкость ума является предметом гордости людей, а способность, например, быстро производить в уме вычисления вызывает откровенное удивление. Такие навыки помогут человеку в учёбе, в быту, в профессиональной деятельности. Кроме того, быстрый счёт – настоящая гимнастика для ума, приучающая в самых сложных жизненных ситуациях находить в кратчайшее время хорошие и нестандартные решения. Производя математические вычисления в уме, человек пользуется, по сути, теми же правилами, что и при письменных вычислениях. И оказалось, что большие познания можно получить обратившись к литературе, часть из которой мне предложила руководитель моего проекта Зуева И.П., подсказав суть некоторых способов счёта. Проанализировав очень многие статьи, я открыла для себя очень интересные исторические данные о необычных способах быстрого счёта, а также много закономерностей и неожиданных результатов. И казалось бы «сухие» цифры всего лишь примеры, но сколько полезного и красивого в этих преобразованиях. Для меня было необычно, что приложив немного усилий, я теперь смогу и сам вести быстрый счёт и поделиться этими познаниями с одноклассниками на кружке, со взрослыми и со знакомыми. И, как правило, они, заинтересованные этим, начинают использовать такие приёмы и способы. А ведь большинство моих сверстников считают плохо. То ли думать им лень (зачем загружать себя лишней работой, если есть калькуляторы), то ли в своё время этому никто не научил. Приёмов рациональных вычислений в учебниках практически нет. Сложные формулы и алгоритмы школьной программы всё дальше и дальше уводят учеников от простых, понятных навыков устного счёта.

Я выбрала тему «Нестандартные приемы устного счета»потому, что я люблю математику и хотела бы научиться считать быстро и правильно, не прибегая к использованию калькулятора.

 Я поставила перед собой проблему: найти и рассмотреть нестандартные приёмы устного быстрого счёта, не рассматриваемые непосредственно в школьном курсе математики.

 **Объект исследования** – вычислительные навыки и быстрый счёт на уроках предметов естественно – математического цикла.

 **Предмет исследования** – нестандартные приёмы и навыки устного счёта при умножении натуральных чисел.

 **Задачи** 1)узнать об упрощённых, нестандартных способах устных вычислений при умножении натуральных чисел.

 2)рассмотреть и показать на примерах применение нестандартных способов при умножении и делении чисел.

 **Методы исследования:**

 1) сбор информации;

 2) систематизация и обобщение.

**Цель** исследовательской работы: изучить методы и приёмы быстрого счёта и доказать необходимость умения быстрого счёта и эффективного использования этих приёмов.

**Актуальность** выбранной темы заключается в том, что нижеперечисленные способы быстрого счёта рассчитаны на ум «обычного» человека и не требуют уникальных способностей. Главное – более или менее продолжительная тренировка. Кроме того освоение этих навыков развивает логику и память учащегося.

**ГЛАВА I.**

* 1. **Как люди научились считать.**

На этом этапе мне предстоит окунуться в историю появления счёта, чтобы понять преимущества людей, обладающих приёмами быстрого счета.

Никто не знает, как впервые появилось число, как первобытный человек начал считать. Однако десятки тысяч лет назад первобытный человек собирал плоды деревьев, ходил на охоту, ловил рыбу, научился делать каменный топор и нож, и ему приходилось считать различные предметы, с которыми он встречался в повседневной жизни. Постепенно возникала необходимость отвечать на жизненно важные вопросы: по сколько плодов достанется каждому, чтобы хватило всем, сколько расходовать сегодня, чтобы оставить про запас, сколько нужно сделать ножей и т.п. Таким образом, сам не замечая, человек начал считать и вычислять.

Вначале человек научился выделять единичные предметы. Например, из стаи волков, стада оленей он выделял одного вожака, из выводка птенцов – одного птенца и т.д. Научившись выделять один предмет из множества других, говорили «один», а если их было больше – «много». Даже для названия числа «один» часто пользовались словом, которым обозначался единичный предмет, например «луна», «солнце». Такое совпадение названия предмета и числа сохранилось в языке некоторых народов до наших дней.

Частые наблюдения множеств, состоящих из пары предметов (глаза, уши, крылья, руки) привели человека к представлению о числе два. До сих пор слово «два» на некоторых языках звучит так же, как «глаза» или «крылья».

Если предметов было больше двух, то первобытный человек говорил «много». Лишь постепенно человек научился считать до трёх, затем до пяти и до десяти и т.д. Название каждого числа отдельным словом было великим шагом вперёд.

Для счёта люди использовали пальцы рук, ног. Ведь и маленькие дети тоже учатся считать по пальцам. Однако этот способ годился только в пределах двадцати.

Выход нашелся: считать на пальцах до 10, а затем начинать сначала, отдельно подсчитывая количество десятков. Система счисления на основе десяти возникла как естественное развитие пальцевого счёта.

**1.2. Изменение счёта при появлении цивилизации.**

По мере развития речи люди начали использовать слова для обозначения чисел. Отпала необходимость показывать кому-то пальцы, камешки или реальные предметы, чтобы назвать их количество. Для изображения чисел стали применяться рисунки, чертежи или символы. Существовали и системы с отдельными символами для каждой цифры до 9 включительно, как в арабской системе счисления, которую мы сейчас используем, а у греков имелся специальный символ и для 10.

При помощи пальцев рук люди научились не только считать большие числа, но и выполнять действия сложения и вычитания.

Древние торговцы для удобства счёта начали накладывать зерна и раковины на специальную дощечку, которая со временем стала называться абаком.

Особенно сложны и трудны были в старину действия умножения и деления, особенно последнее. «Умноженье – мое мученье, а с деленьем – беда» – говорили в старину. Тогда не существовало еще, как теперь, одного выработанного практикой приёма для каждого действия. Напротив, в ходу была одновременно чуть ли не дюжина различных способов умножения и деления – приёмы один другого запутаннее, твёрдо запомнить которые не в силах был человек средних способностей. Каждый учитель счётного дела держался своего излюбленного приёма, каждый «магистр деления» (были такие специалисты) восхвалял собственный способ выполнения этого действия.

**1.3. Первая литература по способам счёта.**

В книге В. Беллюстина « Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики» (1914) изложено 27 способов умножения, причем автор замечает: «весьма возможно, что есть и еще (способы), скрытые в тайниках книгохранилищ, разбросанные в многочисленных, главным образом рукописных сборниках».Наш современный способ умножения описан там под названием «шахматного». Был так же и очень интересный, точный, лёгкий, но громоздкий способ «галерой» или «лодкой», названный так в силу того, что при делении чисел этим способом получается фигура, похожая на лодку или галеру. У нас такой способ употреблялся до середины XVIII века. («Арифметика» – старинный русский учебник математики, которую Ломоносов назвал «вратами своей учености») пользуется исключительно способом «галеры», не употребляя, впрочем, этого названия.

Упоминаются такие способы, как «загибанием», «решеткой», «задом наперед», «ромбом», «треугольником» и многие другие. Многие такие приемы для умножения чисел долгие и требуют обязательной проверки.

Интересно, что и наш способ умножения не является совершенным, можно придумать еще более быстрые и еще более надежные.

**1.4. Таблица умножения на «пальцах».**

Таблица умножения – те необходимые в жизни каждого человека знания, которые требуется элементарно заучить, что на первых школьных порах даётся совсем не элементарно. Это потом уже с легкостью мага мы «щелкаем» примеры на умножение: 2·3, 3·5, 4·6 и т.д., но со временем все чаще забываемся на множителях ближе к 9, особенно если счетной практики давно не ведали, отчего отдаемся во власть калькулятора или надеемся на свежесть знаний друга. Однако, овладев одной незамысловатой техникой «ручного» умножения, мы можем запросто отказаться от услуг калькулятора. Уточнение: речь идет о школьной таблице умножения, т.е. для чисел от 2 до 9, умножаемых на числа от 1 до 10.

Умножение для числа 9 – 9·1, 9·2 … 9·10 – легче выветривается из памяти и труднее пересчитывается вручную методом сложения, однако именно для числа 9 умножение легко воспроизводится» на пальцах». Растопырьте пальцы на обеих руках и поверните руки ладонями от себя. Мысленно присвойте пальцам последовательно числа от 1 до 10, начиная с мизинца левой руки и заканчивая мизинцем правой руки (это изображено на рисунке). Допустим, хотим умножить 9 на 7.  Загибаем палец с номером, равным числу, на которое мы будем умножать 9. В нашем примере нужно загнуть палец с номером 7. Количество пальцев слева от загнутого пальца показывает нам количество десятков в ответе, количество пальцев справа – количество единиц. Слева у нас 6 пальцев не загнуто, справа – 3 пальца. Таким образом, 9·7=63. Ниже на рисунке детально показан весь принцип «вычисления».

Еще пример: нужно вычислить 9·9=? По ходу дела скажем, что в качестве «счетной машинки» не обязательно могут выступать пальцы рук. Возьмите к примеру 10 клеточек в тетради. Зачеркиваем 9-ю клеточку. Слева осталось 8 клеточек, справа – 1 клеточка. Значит 9·9=81. Все очень просто.

Умножение для числа 8 – 8·1, 8·2 … 8·10 – действия здесь похожи на умножение для числа 9 за некоторыми изменениями. Во-первых, поскольку числу 8 не хватает уже двойки до круглого числа 10, нам необходимо каждый раз загибать сразу два пальца – с номером х и следующий палец с номером х+1. Во-вторых, тотчас же после загнутых пальцев мы должны загнуть еще столько пальцев, сколько осталось не загнутых пальцев слева. В-третьих, это напрямую работает при умножении на число от 1 до 5, а при умножении на число от 6 до 10 нужно отнять от числа х пятерку и выполнить расчёт как для числа от 1 до 5., а к ответу затем добавить число 40, потому что иначе придется выполнять переход через десяток, что не совсем удобно «на пальцах», хотя в принципе это не так сложно. Вообще надо заметить, что умножение для чисел ниже 9 тем неудобнее выполнять «на пальцах», чем ниже число расположено от 9.

Теперь рассмотрим пример умножения для числа 8. Допустим, хотим умножить 8 на 3. Загибаем палец с номером 3 и за ним палец с номером 4 (3+1). Слева у нас осталось 2 незагнутых пальца, значит нам необходимо загнуть еще 2 пальца после пальца с номером 4 (это будут пальцы с номерами 5, 6 и 7). Осталось 2 пальца не загнуто слева и 4 пальца – справа. Следовательно, 8·3=24.

Еще пример: вычислить 8·8=?  Как было сказано выше, при умножении на число от 6 до 10 нужно отнять от числа х пятерку, выполнить расчет с новым число х-5, а затем добавить к ответу число 40. У нас х=8, значит загибаем палец с номером 3 (8-5=3) и следующий палец с номером 4 (3+1). Слева два пальца остались не загнуты, значит загибаем еще два пальца (с номером 5,6). Получаем: слева 2 пальца не загнуты и справа – 4 пальца, что обозначает число 24. Но к этому числу нужно еще добавить 40: 24+40=64. В итоге 8·8=64.

**1.5. Люди – феномен быстрого счёта.**

Феномен особых способностей в устном счёте встречается с давних пор. Как известно, ими обладали многие ученые, в частности Андре Ампер и Карл Гаусс. Однако, умение быстро считать было присуще и многим людям, чья профессия была далека от математики и науки в целом.

До второй половины XX века на эстраде были популярны выступления специалистов в устном счёте. Иногда они устраивали показательные соревнования между собой. Известными российскими «суперсчетчиками» являются Арон Чиквашвили, Давид Гольдштейн, Юрий Горный, зарубежными – Борислав Гаджански, Вильям Клайн, Томас Фулер и другие.

Хотя некоторые специалисты уверяли, что дело во врожденных способностях, другие аргументировано доказывали обратное: «дело не только и не столько в каких-то исключительных «феноменальных» способностях, а в знании некоторых математических законов, позволяющих быстро производить вычисления» и охотно раскрывали эти законы.

Истина как обычно, оказалась на некоей «золотой середине» сочетания природных способностей и грамотного, трудолюбивого их пробуждения, взращивания и использования. Те, кто следуя Трофиму Лысенко уповают исключительно на волю и напористость, со всеми уже хорошо известными способами и приемами устного счёта обычно при всех стараниях не поднимаются выше очень и очень средних достижений. Более того, настойчивые попытки «хорошенько нагрузить» мозг такими занятиями как устный счёт, шахматы вслепую и т.п. легко могут привести к перенапряжению и заметному падению умственной работоспособности, памяти и самочувствия (а в наиболее тяжелых случаях – и к шизофрении). С другой стороны и одаренные люди при беспорядочном использовании своих талантов в такой области как устный счёт быстро «перегорают» и перестают быть в состоянии длительно и устойчиво показывать яркие достижения. Один из примеров удачного сочетания обоих условий (природной одаренности и большой грамотной работы над собой) показал наш соотечественник, уроженец Алтайского края Юрий Горный.

Пожалуй, единственная научно обоснованная и достаточно подробно разработанная система резкого повышения быстроты устного счёта создана была в годы второй мировой войны цюрихским профессором математики Я. Трахтенбергом.  Она известна под названием «Система быстрого счёта». История ее создания необычная. В 1941г. гитлеровцы бросили Трахтенберга в концлагерь. Чтобы уцелеть в нечеловеческих условиях и сохранить нормальной свою психику, Трахтенберг начал разрабатывать принципы ускоренного счета. За четыре страшных года пребывания в концлагере профессору удалось создать стройную систему ускоренного обучения детей и взрослых основам быстрого счёта. Уже с самого начала результаты были самые отрадные. Учащиеся радовались вновь приобретенным навыкам и с воодушевлением двигались вперед. Если раньше их отталкивала монотонность, то сейчас их привлекало разнообразие приёмов. Шаг за шагом, благодаря достигнутым ими успехам, рос интерес к занятиям. После войны Трахтенберг создал и возглавил Цюрихский математический институт, получивший мировую известность.

Также разработкой приёмов быстрого счёта занимались другие ученые: Яков Исидорович Перельман, Георгий Берман и другие.

Приведу примеры умножения чисел, получившие наибольшее описание в литературе.

**ГлаваII.**

**2.1 Умножение на 11 числа, сумма цифр которого не превышает 10.**

Чтобы умножить на 11 число, сумма цифр которого 10 или меньше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр, а затем к первой цифре прибавить 1, а вторую и последнюю (третью) цифру оставить без изменения.

 27 х 11= 2 (2+7) 7 = 297;

 62 х 11= 6 (6+2) 2 = 682.

**2.2 Умножение на 11 числа, сумма цифр которого больше 10.**

Чтобы умножить на 11 число, сумма цифр которого 10 или больше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр, а затем к первой цифре прибавить 1, а вторую и последнюю (третью) цифру оставить без изменения.

86 х 11= 8 (8+6) 6 = 8 (14) 6 = (8+1) 46 = 946.

**2.3 Умножение на одиннадцать (по Трахтенбергу).**

Разберем на примере: 633 умножить на 11.

Ответ пишется под 633 по одной цифре справа налево, как указано в правилах.

Первое правило. Напишите последнюю цифру числа 633 в качестве правой цифры результата

633\*11

3

Второе правило. Каждая последующая цифра числа 633 складывается со своим правым соседом и записывается в результат.3+3 будет 6. Перед тройкой записываем результат 6.

633\*11

63

Применим правило еще раз: 6+3 будет 9. Записываем и эту цифру в результате:

633\*11

963

Третье правило. Первая цифра числа 633, то есть 6, становится левой цифрой результата:

633\*11

6963

Ответ: 6963.

**2.4 Умножение на 22,33,…,99**

Чтобы двузначное число умножить на 22,33,…, 99, надо этот множитель представить в виде произведения однозначного числа (от 2 до 9) на 11, то есть 33 = 3 х 11; 44 = 4 х 11 и т.д. Затем произведение первых чисел умножить на 11.

 Примеры:

 18 х 44 = 18 х 4 х 11 = 72 х 11 = 792;

 42 х 22 = 42 х 2 х 11 = 84 х 11 = 924;

 13 х 55 = 13 х 5 х 11 = 65 х 11 = 715;

 24 х 99 = 24 х 9 х 11 = 216 х 11 = 2376.

**2.5 Умножение на число 111, 1111 и т. д., зная правила умножения двузначного числа на число 11.**

Если сумма цифр первого множителя меньше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа на 2, 3 и т.д. шага, сложить цифры и записать соответствующее количество раз их сумму между раздвинутыми цифрами. Количество шагов всегда меньше количества единиц на 1.

Пример:

24х111=2(2+4) (2+4)4=2664 (количество шагов - 2)

24х1111=2(2+4)(2+4)(2+4)4=26664 (количество шагов - 3)

При умножении числа 72 на 111111 цифры 7 и 2 надо раздвинуть на 5 шагов. Эти вычисления можно легко произвести в уме.

42 х 111 111 = 4 (4+2) (4+2) (4+2) (4+2) (4+2) 2 = 4666662. (количество шагов – 5)

Если единиц 6, то шагов будет 1 меньше, то есть 5.

Если единиц 7, то шагов будет 6 и т.д.

Умножение двузначного числа на 111, 1111, 1111 и т.д., сумма цифр которого равна или больше 10.

Немного сложнее выполнить устное умножение, если сумма цифр первого множителя равна 10 или более 10.

Примеры:

***86 х 111 = 8 (8+6) (8+6) 6 = 8 (14) (14) 6 = (8+1) (4+1) 46 = 9546.***

В этом случае надо к первой цифре 8 прибавить 1, получим 9, далее 4+1 = 5; а последние цифры 4 и 6 оставляем без изменения. Получаем ответ 9546.

**2.6. Умножение двузначного числа на 101, 1001 и т.д..**

Пожалуй, самое простое правило: припишите ваше число к самому себе. Умножение закончено. Пример:

***32 х 101 = 3232; 47 х 101 = 4747;***

***324 х 1001 = 324 324; 675 х 1001 = 675 675;***

***6478 х 10001 = 64786478;***

***846932 х 1000001 = 846932846932.***

**2.7. Умножение на 37**

Прежде чем научиться устно умножать на 37,надо хорошо знать признак делимости и таблицу умножения на 3. Чтобы устно умножить число на 37, надо это число разделить на 3 и умножить на 111.

Примеры:

24 х 37 = (24 : 3) х 37 х 3 = 8 х 111 = 888;

18 х 37 = (18 : 3) х 111 = 6 х 111 = 666.

**2.8. Алгоритм перемножения двузначных чисел, близких к 100**

 Например: *98 х 97 = 9506*

 *2 3*

Здесь я пользуюсь таким алгоритмом: если хочешь перемножить два

двузначных числа, близких к 100, то поступай так:

1) найди недостатки сомножителей до сотни;

2) вычти из одного сомножителя недостаток второго до сотни;

3) к результату припиши двумя цифрами произведение недостатков

сомножителей до сотни.

**2.9. Умножение трёхзначного числа на 999.**

Любопытная особенность числа 999 проявляется при умножении на него всякого другого трёхзначного числа. Тогда получается шестизначное произведение: первые три цифры есть умножаемое число, только уменьшенное на единицу, а остальные три цифры (кроме последней) – «дополнения» первых до 9. Например:

385 \* 999 = 384615

573 \* 999 = 572427                           943 \* 999 = 942057

**2.10. Умножение на шесть ( по Трахтенбергу)**

Нужно прибавить к каждой цифре половину «соседа».

Пример: 0622084 \* 6

0622084 \* 6  4 является правой цифрой этого числа и, так 4 как «соседа» у неё нет, прибавлять нечего.

06222084 \* 6  Вторая цифра  8, е «сосед» - 4. Мы берём 8 04 прибавляем половину 4 (2) и получаем 10, ноль пишем, 1 в перенос.

06222084 \* 6  Следующая цифра ноль. Мы прибавляем к ней

504 половину «соседа» 8 (4), то есть 0 + 4 = 4 плюс

перенос (1).

Остальные цифры аналогичны.

Ответ: 06222084 \* 6

3732504

Правило умножения на 6: является «сосед» чётным или не чётным – никакой роли не играет. Мы смотрим только на саму цифру: если она чётная, прибавляем к ней её целую часть половины «соседа», если нечётная, то кроме половины «соседа» прибавляем еще 5.

Пример: 0443052 \* 6

0443052 \* 6 2 – чётная и не имеет «соседа», напишем её снизу

2

0443052 \* 6 5 – нечётная: 5+5 и плюс половина «соседа» 2 (1)

12 будет 11. Запишем 1 и в перенос 1

0443052 \* 6 половина от 5 будет 2, и прибавим перенос 1, то будет 3

312

0443052 \* 6 3 – нечетная, 3 + 5 = 8

8312

0443052 \* 6 4 + половина от 3 (1) будет 5

58312

0443052 \* 6 4 + половина от 4 (2) будет 6

658312

0443052 \* 6 ноль + половина от 4 (2) будет 2

2658312 Ответ: 2658312.

**Выводы:**

Система быстрого счёта по Трахтенбергу основана на закономерностях умножения чисел. Чтобы умножить на 11, 12, 6 и т.д. нужно знать алгоритм выполнения. Этим система неудобна, нужно в памяти держать много правил быстрого счёта, но система Трахтенберга показывает как красива математика, если человек открывает тайны её закономерностей, изучает их и учится применять их на практике.

Выводы исследования

Как мы видим, быстрый счёт это уже не тайна за семью печатями, а научно разработанная система. Раз есть система, значит её можно изучать, ей можно следовать, ею можно овладевать.

Все рассмотренные мною методы устного умножения говорят о многолетнем интересе ученых, и простых людей к игре с цифрами.

Используя некоторые из этих методов на уроках или дома, можно развить скорость вычислений, привить интерес к математике, добиться успехов в изучении всех школьных предметов.

**Список использованной литературы**

1. «Устный счёт – гимнастика ума» Г.А.Филиппов
2. «Алгоритмы ускоренных вычислений» Л.В. Бикташева
3. «Устный счет». Э.Л.Струнников
4. «Математическая шкатулка» Ф.Ф.Нагибин Е.С.Канин
5. «Мир чисел» Г.И. Зубелевич В.И.Ефимов
6. «Задачи для математического кружка» Е.Г.Козлова
7. «Развитие вычислительной культуры учащихся» НЛ. Мельникова
8. Библиотечка «Первое сентября»