Муниципальное бюджетное учреждение

средняя школа №82

г.о. Тольятти Самарской области

Тематическая разработка

**«Внимание, параметр»**

(различны методы решения задач с параметром)

Класс: 10 -11

Автор: Родионова Галина Михайловна,

учитель математики

МБУ СШ № 82 г.о. Тольятти

Самарской области

2014

**Различные способы решения задач с параметрами**

Задачи с параметром вызывают у многих если не панический страх, то по крайней мере, чувство неудобства. Между тем задачи с параметром можно одолеть различными способами. Покажем на примере несколько из них.

**Задача 1**. *Найти все значения параметра а, при которых не имеет корни уравнение*

= x – 1. (1)

Решение: Данное уравнение равносильно ситстеме

Уравнение (1) не имеет корней тогда и только тогда, когда не имеет решения эта система. Это возможно в двух случаях :

а) квадратное уравнение не имеет корней;

б) корни этого уравнения не удовлетворяют условию x ≥ 1.

Найдем все значения параметра, при котором выполняется хотя бы один случай:

а) уравнение не имеет корней, если D < 0, т.е. и, значит, a ,

б) корни уравнения меньше 1.

Рассмотрим три случая решения этой задачи:

*1 способ*. Корни уравнения меньше 1, если больший корень уравнения меньше 1(достаточное условие):

*<* 1 < a + 4

a [8; + ∞ ).

Объединяя ответа а) и б) получим ответ: a [- 4; + ∞ ).

Ответ: a ϵ (- 4; + ∞ ).

2 способ решения (б). Рассмотрим квадратичную функцию

f (x) = .

Её корни (нули функции) меньше 1 тогда и только тогда, когда одновременно выполняются условия: D 0, f(1) > 0, x0 < 1, где точка минимума данной функции (вершина параболы). Отсюда

a [8; + ∞ ).

3способ. Пусть t = x – 1. Тогда x < 1 t +1 < 1 t < 0. В таком случае уравнение примет вид

t2 + (a +4) t + 3a +12 = 0.

Корни уравнения отрицательны, если их сумма отрицательна, а произведение положительно. По теореме Виета заключаем:

a [8; + ∞ ).

Объединяя ответа а) и б) получим ответ: a [- 4; + ∞ ).

Ответ: a ϵ (- 4; + ∞ ).

4 способ . Возведем в квадрат обе части уравнения (1)

Последняя система позволяет графически найти все значения *а*, при которых система *не имеет решения*. Мы ищем все такие значения параметра а. при которых прямые пучка = - a (x + 2) на имеют общих точек с параболой

у = х2 +2х + 9 на промежутке [1;+ ∞). Для прямой у = угловой коэффициент равен - а0 . Прямая и парабола имеют общие точки на промежутке [1; +∞) при а a0 . При a > a0 общих точек нет (сделай рисунок). Значение a0  найдем из того условия, что прямая у = проходит через точку М(1;12), а0 = - 4.

Ответ: а > - 4.

Возможна и несколько иная графическая интерпретация. Из уравнения (1) получим систему:

Далее находим, при каких значениях параметра а прямая у = а не имеет общих точек с графиком функции у .

График можно построить, применяя производную.

**Задача 2**. *Найти все значения параметра* ***а*** *, при которых уравнение*

*a |x - 1| = x + 2* *имеет ровно один корень . Укажите этот корень.*

*Решение:*

Если х , то x = . Преобразуем эту дробь: x = = 1 + . Отсюда видно, что x > 1 при a >1.

Если x < 1, то исходное уравнение примет вид a(1 – x) = x + 2 . Отсюда

x = . Эта дробь меньше 1 при a > - 1.

Изобразим найденные значения ***а*** на координатной прямой.

а

- 1 1

По рисунку видны два случая. В первом случае при а > 1 уравнение имеет два корня: x = и x2 =

Промежуток а (1; + ∞) показан двойной «штриховкой». Второй случай показан одной «штриховкой». При a (-1 ; 1] имеет один корень. Подчеркнём, что *а = 1* относится ко второму случаю, а в первом исключается.

Ответ: при a (-1; 1] один корень x = .

Задача 3 . *Найти все значения параметра* ***а*** *, при которых уравнение*

*x4* + (3a + 1) x2 + a +3 = 0 *имеет ровно четыре различных действительных корня .*

Решение: Введем обозначение *х2 = у* и запишем данное уравнение в виде

у2 + (3а + 1)у + а +3 = 0.

Из условия х2 = у следует, что у -3 < a < - .

Ответ: a (- 3; - 1).

**Задача 4**. *Найти все значения параметра* ***а*** *, при которых уравнение*

= x2 – 4 *имеет хотя бы один корень . Решение:*

данное уравнение равносильно системе :

Первое условие не выполняется при х (-2; 2). Условие второе не выполняется в двух случаях. Первый: уравнение не имеет корней, т.е. дискриминант D меньше 0.Тогда Отсюда

a . Второй случай: уравнение системы имеет корни, но не те, что требуются, они не удовлетворяют условию , т.е. принадлежат интервалу (-2; 2). Этот случай опишем системой неравенств, обозначив через *f(x)* подкоренное выражение в исходном уравнении :

< *a*

Поскольку a ( ; ( ; , утверждаем, что при a ( ; решений нет. Значит, при всех других значениях а решение есть.

Ответ: a (- [.

**Задача 5**. *Найти все значения параметра а, при которых уравнение*

(a - 3) = 0 *не имеет корней.*

*Решение:*

Путем замены *y* = (  *(где у >0)* приведем данное уравнение к виду

(a - 3)

Если в последнем уравнении а =3, то у = > 0, = ( – это уравнение имеет корень.

Если в последнем уравнении, а 3, то исходное уравнение не имеет корней в двух случаях:

а) когда дискриминант D уравнения отрицателен;

б) когда у1 у2 0. Рассмотрим каждый случай.

а) D < 0, 25 – a2 < 0, a > 5, либо a < - 5;

б)

; - 3].

Объединяя случаи а) и б), получим : а или а > 5.

Ответ: - 3][5; + .

Список использованной литературы:

Алгебра и начала анализа 10: учебник для общеобразоват. учреждений Колягин Ю. М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В, Федорова Н. Е.: –М.: Мнемозина, 2011

Журнал «Математика в школе» 1998 №3, стр.9

Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач: ФИПИ.-М. Интеллект- Центр, 2012.