Государственное автономное образовательное учреждение среднего профессионального образования   
«Волгоградский техникум железнодорожного транспорта и коммуникаций»

Технический проект

на тему:

**«*Модель загрязнения воды органическими отходами*»**

**«Производная в биологии»**

Выполнила:

Студентка 2 курса

группа 11ОПП

Филимонова В. Р.

Научный руководитель:

Преподаватель математики

Сугак Т.В.

Волгоград

2014

**Содержание:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| 1 | Введение |
| 2 | Цель и задачи |
| 3 | Этапы работы |
| 4 | Рефлексия |
| 5 | Литература |
|  |  |
|  |  |

1. **Введение.**

Озаботившись вопросом экологии, я решила выявить зависимость загрязнения воды от количества поступаемых в нее органических отходов. Этот проект был задуман для наглядного примера того, как люди не берегут природу и загрязняют окружающий себя мир, не задумываясь о том, какой вред это приносит экологии.

Проект направлен на то, чтобы люди задумались о чистоте окружающего мира и о своём здоровье. Расчеты проводились для действующего уровня угрозы загрязнения водной среды. Мне было интересно, а сможет ли водная среда сама себя лечить? При этом от каких параметров водной среды и загрязнения ее органическими отходами зависит очищение воды? Мне было интересно разобраться в этом механизме расчетов, используя математический аппарат в реальной жизни. И так немного пред-истории…

Рассматривается система, состоящая из воды и растворенных в ней кислорода и органических отходов. Концентрация растворенного кислорода и органических отходов связаны между собой. Отходы разлагаются под воздействием бактерий, вызывающих реакцию, которая протекает с потреблением кислорода*.*

Концентрация отходов может быть измерена так называемой биохимической потребностью кислорода (БПК), которая представляет собой количество кислорода на единицу объёма воды, необходимое для разложения отходов. БПК может измеряться в тех же единицах, что и концентрация кислорода ( например в мг/л).

Обозначим через L(t) концентрацию отходов (БПК) в момент времени t.

Будем предполагать, что скорость разложения отходов пропорциональна их концентрации при условии, что в воде присутствует достаточное количество кислорода для поддержания процесса. Тогда изменение концентрации отходов L(t) описывается уравнением

(1)

где - коэффициент кислорода, 1/день.

Обозначим через равновесную концентрацию кислорода в воде, которая имеет место при отсутствии отходов, через C(t) - фактическую концентрацию кислорода в воде. Разность

определяет дефицит кислорода в воде. Величина дефицита кислорода D(t) может возрастать во временим t за счёт расхода кислорода на окисление отходов. Однако в природе наблюдается и противоположная тенденция уменьшения дефицита за счёт поглощения кислорода поверхностью воды. Такой процесс называют реаэрацией. Динамика дефицита кислорода описывается уравнением

, (2)

где - коэффициент реаэрации, 1/день.

К уравнениям (1) и (2) добавим условие:

, (3)

задающие соответственно дефицит кислорода и концентрацию отходов в начальный момент времени t=0.

1. **Цель и задачи.**

***Цель:***

Целью проекта является вопрос, как с помощью математического аппарата выявить зависимость концентрации загрязнения воды органическими отходами от параметра дефицита кислорода, растворенного в воде.

***Задачи:***

1. Построить математическую модель загрязнения воды органическими отходами.
2. Доказать, что функция дефицита кислорода D(t) определяется следующим образом:
3. Доказать, что максимальный дефицит кислорода равен:
4. Если установлено, что максимальный дефицит кислорода в воде не должен превышать некоторого заданного уровня , то как можно найти предельную величину сброса отходов в реку предприятием?
5. Зная, что течение реки имеет постоянную реаэрации и постоянную потребления кислорода, вычислить какой должна быть максимально допустимая величина БПК в зоне загрязнения, чтобы в любом месте течения дефицит кислорода не превышал заданного уровня, предполагая, что источники загрязнения в верхнем течении реки отсутствуют.
6. **Этапы работы.**
   1. **Нахождение концентрации отходов L(t)**

Докажем, что функция дефицита кислорода D(t) определяется следующим образом:

Найдём значение концентрации отходов L(t), исследуя функцию (1).

Приводим дифференциальное уравнение к виду с разделяющимися переменными и интегрируем обе части, получаем:

, используя условие (3), что , получим:

(\*)

* 1. **Расчёт дефицита кислорода D(t)**

Решая дифференциальное уравнение (2), введём подстановку , приведя к ДУ с разделяющимися переменными.

Обозначим: ; – перенесем в правую часть и вместо L(t) подставим найденное выражение: , получим:

***Расчёт вспомогательных функций u и z.***

Найдём значения u и z.

Решая данное уравнение, сократив на z и приведя его к ДУ с разделяющимися переменными, получим:

интегрируем обе части, получаем:

, подставляя в данное уравнение найденное выражение для u, получим:

, интегрируем обе части, решая через подстановку, получим:

Вычислив u и z, перейдя от у к D(t), получим:

(4)

***Нахождение фактической концентрации кислорода***

Для нахождения константы C, подставляем в уравнение (4) начальное условие (3) .

Зная значение константы C, мы можем подставить его в уравнение (4) и найти значение D.

, что и требовалось доказать. (5)

Этой формулой (5) я воспользуюсь для дальнейших расчетов, находя максимальную концентрацию бактерий в воде в момент времени t=0. Для этого вводим обозначение и находим его значение через производную .

Докажем что вычисляется по формуле:

* 1. **Находим значение производной .**

Приравняв производную к нулю, найдем значение

***Находим значение .***

Решаем уравнение относительно неизвестной переменной t.

***Приравниваем из уравнения (2) к 0 и находим .***

Вместо L подставляем его значение(\*), получаем:

(6)

(7)

(8)

* 1. **Найдем предельную величину сброса отходов в реку предприятием**

Предположим, что по течению реки находится промышленное предприятие, которое загрязняет воду отходами, осуществляя их выброс в размере . Попробуем ответить на вопрос: «Если установлено, что максимальный дефицит кислорода в воде не должен превышать некоторого заданного уровня , то как можно найти предельную величину сброса отходов в реку предприятием?» Cледует найти , решая уравнение:

Зная, что источники загрязнения в верхнем течении реки отсутствуют,

. В результате получаем:

Выразим из последнего уравнения значение , при этом упростим выражение, содержащее , воспользовавшись свойствами степеней:

= (9)

* 1. **Вычислим, какой должна быть максимально допустимая величина БПК в зоне загрязнения?**

Решим конкретную задачу, приняв , что течение реки имеет постоянную реаэрации, равную 0,4 1/день, а постоянную потребления кислорода 0,25 1/день. При этом максимально допустимая величина дефицита кислорода в зоне загрязнения в любом месте течения, не превышает 5 мл/л. Предположим, что источники загрязнения в верхнем течении реки отсутствуют. Для ответа на поставленный вопрос воспользуемся формулой (9).

Обозначим за =0,4; =0,25; =5;

=5

*=5===*17,51 ()

1. **Рефлексия:**

Благодаря проведённым исследованиям и расчётам

- удалось построить математическую модель загрязнения воды органическими отходами;

- вывести формулу расчета дефицита кислорода;

- вывести формулу расчета максимального уровня дефицита кислорода в воде;

- зная предельный уровень дефицита кислорода в воде, мне удалось вывести формулу расчета предельного уровня загрязнения органическими отходами;

- и на конкретной задаче были произведены расчеты и найден предельный уровень загрязнения воды органическими отходами;

При этом мне пришлось применить следующий математический аппарат для расчётов:

- умение в данном вопросе использовать и находить производную, решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, умение вычислять интегралы, работать со степенями и умение извлекать корни;

***Вывод:*** Полученный результат в реальных цифрах заставляет задуматься: водная среда способна себя реанимировать, если уровень загрязнения в конкретной исследуемой задаче составит 17, 51 мг/л. Это очень малая цифра, я думаю, по сравнению с тем фактом, сколько реально отходов попадает в водную среду. Но это уже новая тема исследования, возможно, моего следующего проекта. **Берегите природу, не смотря на то, что она сильная, но и одновременно она и очень хрупкая!!!**

1. **Литература**
2. Математические методы в экологии : Сборник задач и упражнений / Е.Е. Семенова, Е.В. Кудрявцева. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2005. 130с.