**Урок алгебры в 10-м классе. Тема: «Примеры решения тригонометрических уравнений»**

Олей Вера Ивановна

*учитель математики*

**Разделы:** [Преподавание математики](http://festival.1september.ru/mathematics/)

**Цель урока:**

1. Закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений.
2. Сформировать понятие решения тригонометрических уравнений сводящихся к квадратным.
3. Развивать умения сравнивать, выявлять закономерности, обобщать.
4. Воспитывать ответственное отношение к труду.

**Оборудование:**

1. Карточки для повторения формул решения простейших тригонометрических уравнений.
2. Плакат с алгоритмом решения тригонометрических уравнений (большой на доску и каждому на стол).

**Литература:** Учебник Мордкович А.Г.“Алгебра и начала анализа, 10-11 класс”.

**Ход урока.**

**I. Повторение**

1. sin x = a, cos x = a, tg x = a

При каких значениях а эти уравнения имеют решения?  
[sin x и cos x при /а/ http://festival.1september.ru/articles/508359/img1.gif 1 tg x при любом a]

2. Повторить формулы решения простейших тригонометрических уравнений (на карточках):

sin x = а х = (-1)к arc sin a+http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif к, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z  
sin x = 0  
sin x = 1  
sin x = -1

cos x = a x=± arc cos a + 2http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif , n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z  
cos x = 0  
cos x = 1  
cos x = -1

tg x = a x = arc tg a + http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gifn, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

arc sin (-а) = - arc sin а  
arc cos (-а) = http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif - arc cos а  
arc tg а (-а) = - arc tg а

**II. Проверка домашнего задания.**

Игра “Поле чудес”. Правила игры несколько изменены, а название оставлено.

*Правила игры.*

* Учитель берет понравившееся ему высказывание или слова из песни, стихотворения, пословицу. По количеству букв в этом высказывании подбирается столько же примеров или задач так, чтобы одинаковым буквам соответствовали одинаковые ответы.
* Каждому ученику учитель дает карточку с заданиями и ученик сразу начинает решать.
* На доске записаны буквы, которые встречаются в высказывании, и под ними ответы, которые соответствуют этим буквам.
* Ниже записаны числа по порядку (по количеству букв в высказывании).
* Ученик, выполнявший задание, называет номер своей карточки и букву, под которой записан ответ.
* Учитель под числом (…) ставит букву (…). И так далее. Ученики стараются быстрее решить, чтобы получить следующую карточку.
* За правильно решенные 2-3 задания он может получить оценку. Поэтому желательно карточек иметь более чем число.

**Ум хорошо, а два лучше**  
12 3 45 67 8 9 10 11 12 13 14 15 1 6 17

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а | в | д |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image621.gif n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image622.gif, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image623.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| **е** | **л** | **м** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image624.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image625.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image626.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| **о** | **р** | **у** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image627.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image628.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image629.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| **x** | **ч** | **ш** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image630.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image631.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image632.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |

Уравнение:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image633.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image634.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **у** |
| cos x = -1 | х = http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif +2http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif n, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **м** |
| **http://festival.1september.ru/articles/508359/Image635.gif** | **http://festival.1september.ru/articles/508359/Image636.gif,**n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **x** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image637.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image638.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **o** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image639.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image640.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **p** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image641.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image642.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **o** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image643.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image644.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **ш** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image645.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image646.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **o** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image647.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image648.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **a** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image649.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image650.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **д** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image651.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image652.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **в** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image653.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image654.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif x | **a** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image655.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image656.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **л** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image657.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image658.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **у** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image659.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image660.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **ч** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image661.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image662.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **ш** |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image663.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image664.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z | **е** |

Дополнительные уравнения

|  |  |
| --- | --- |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image665.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image666.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image667.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image668.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image669.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image670.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image671.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image672.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image673.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image674.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image675.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image676.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image677.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image678.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image679.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image680.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image681.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image682.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image683.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image684.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image685.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image686.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image687.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image688.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image689.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image690.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image691.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image692.gif, k http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image693.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image694.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |
| http://festival.1september.ru/articles/508359/Image695.gif | http://festival.1september.ru/articles/508359/Image696.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z |

**III. Объяснение нового.**

**1.**

* В предыдущих параграфах были выведены формулы корней простейших тригонометрических уравнений: sin x=a, cos x=a, tg x=a
* К этим уравнениям сводятся другие тригонометрические уравнения. Для решения большинства из них требуется применение формул преобразований тригонометрических выражений.
* Сегодня на уроке мы рассмотрим уравнение, сводящиеся к квадратным.

**2.**

* На доске записаны уравнения:

а) 3х-8=х+6 (линейное уравнение)  
б) х2+2х-15=0 (квадратное уравнение)  
в) х4-5х2+4=0 (квадратное уравнение относительно х2).  
г) 2 cos2x-cosx-1=0 (квадратное уравнение относительно cosx)

* Какие из них являются квадратными?
* Общий вид квадратного уравнения:

ax2+bx+c=0

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image697.gif, http://festival.1september.ru/articles/508359/Image698.gif

Корни квадратного уравнения, приведенного, т.е. **х2+рх+q=0** можно находить по теореме Виета:

Х1+х2=-р; х1х2=q

* **х4-5х2+4=0**– квадратное уравнение относительно **х2**. Это уравнение назвали биквадратным. Общий вид **ах4+вх2+с=0**, где **а± 0.**
* Его легко решить методом введения новой переменной, т.е. **х2=а** и уравнение принимает вид: **а2-5а+4=0**

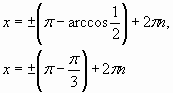
**3.** Последнее уравнение тоже квадратное, относительно **cosx**. Для его решения введем новую переменную. Пусть **y=cosx**, тогда уравнение можно записать виде: **2у2-у-1=0**. Получили квадратное уравнение.

Д=1+8=9; 

Следовательно:

а) cosx=1 б) cosx=http://festival.1september.ru/articles/508359/Image700.gif

х=2p n, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z http://festival.1september.ru/articles/508359/Image701.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z



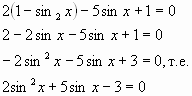
http://festival.1september.ru/articles/508359/Image703.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif n

Ответ: 2http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif n, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image704.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

**4.** Решим уравнение:

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image705.gif

 Надо привести уравнение к одной функции. Для этого заменим **cos2 x** на **1-sin2x.**Получим относительно **xinx**квадратное уравнение:



Пусть xinx=у, тогда **2у2+5у-3=0**

Получили квадратное уравнение

Д=25+24=49

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image707.gif; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image708.gif

Следовательно:

а) http://festival.1september.ru/articles/508359/Image709.gif б) xinx=-3 – решение не имеет

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image710.gif, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image711.gif, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

Ответ: http://festival.1september.ru/articles/508359/Image712.gif, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

**5.**

**tgx-2ctgx=-1**. Функции разные. Используя тождество **tgx? ctgx=1**, выразим **http://festival.1september.ru/articles/508359/Image713.gif**, заменим **ctgx**через **tgx.**

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image714.gif пусть tgx=у, то у2+у-2=0 (дальше, как в предыдущем случае).

**6.**Для закрепления

4 xin2x- cosx-1=0  
Заменим xin2x на 1- cos2x. Получим  
4(1- cos2x)- cosx-1=0  
4-4 cos2x- cosx-1=0  
-4 cos2x- cosx+3=0  
4 cos2x+ cosx-3=0

пусть **cosx=у**, то

4у2+у-3=0

Д=1-48=49 http://festival.1september.ru/articles/508359/Image715.gif; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image716.gif

Следовательно,

а) cosx=-1 б) http://festival.1september.ru/articles/508359/Image717.gif

х=http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif +2http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif n, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z http://festival.1september.ru/articles/508359/Image718.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

Ответ: http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif +2http://festival.1september.ru/articles/508359/img2.gif n; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image719.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

**7.** №164 (в) - cамостоятельно

2 xin2x- xinx-1=0  
пусть xinx=у, то  
2у2-у-1=0

Д=1+8=9; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image720.gif http://festival.1september.ru/articles/508359/Image721.gif

Следовательно,

а) xinx=1 б) http://festival.1september.ru/articles/508359/Image722.gif

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image723.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z http://festival.1september.ru/articles/508359/Image724.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image725.gif,к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z.

Ответ: http://festival.1september.ru/articles/508359/Image726.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image727.gif, к http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

№ 165(б)

2 xin2x+3 cosx=0

Заменим **xin2x** на **1- cos2x** получим

2(1- cos2x)+3 cosx=0  
2-2 cos2x+3 cosx=0  
-2 cos2x+3 cosx+2=0, т.е.  
2 cos2x-3 cosx-2=0

пусть cosx=у, то  
2у2-3у=0

Д=9+16=25

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image728.gif; http://festival.1september.ru/articles/508359/Image729.gif

Следовательно,

а) cosx=2 б) http://festival.1september.ru/articles/508359/Image730.gif

решение не имеет http://festival.1september.ru/articles/508359/Image731.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image732.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

http://festival.1september.ru/articles/508359/Image733.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

Ответ: http://festival.1september.ru/articles/508359/Image734.gif, n http://festival.1september.ru/articles/508359/img3.gif z

**8.**

Итог урока

Алгоритм решения тригонометрических уравнений.

1. Привести уравнение к квадратному, относительно тригонометрических функций, применяя тригонометрические тождества.
2. Ввести новую переменную.
3. Записать данное уравнение, используя эту переменную.
4. Найти корни полученного квадратного уравнения.
5. Перейти от новой переменной к первоначальной.
6. Решить простейшие тригонометрические уравнения.
7. Записать ответ.

