Проверочная работа по алгебре для 9 класса

(для классов с углубленным изучением математики)

 Тема: Функции.

Подготовила Кривошеева Светлана Александровна

 учитель математики МБОУСОШ №40 города Тулы

Инструкция к выполнению.

Задания подобраны так, что ответ предыдущего является условием следующего (математическая эстафета).

Текст задания для первого варианта

№1. Найдите область определения функции у = 5:(|x-2|-|2x+3|).

№2. Найдите область значения функции у = 1:(2х2 -b), где b-меньшее из значений х, не входящих в область определения функции из задания №1 №3. Существует ли значение d, при котором квадратичная функция

у = dx2+(d-2)x-3 убывает на первом и возрастает на втором из указанных промежутков (-∞;c], [c;∞), где с - знаменатель дроби, которая является наибольшим значением функции из задания №2.

№4.На прямой 2x-3y+k-57/11=О найдите точку, для которой выражение

9у2 -4х2 -3ух-3 принимает наибольшее значение. Чему оно равно, если k-значение d из задания №3.

№5.Найдите значение х, при которых выполняется равенство

 maxa(-2a2+3(a+1)х+х2-а) = minb(b2 -4bx+b+t-5), где t -знаменатель наибольшего значения выражения из задания №4.

№6.Постройте график функции и укажите свойства этой функции.

 8-(х-4З+h), если х< -6;

y= |x2 -6|х|+8|, если -6≤x<5;

 3 ,если х≥5, где h-знаменатель значения х из задания №5.

 Конечный результат равен наибольшему значению функции задания №6.

Решение задач для первого варианта.

 Решение задания №1.

|x-2|-|2х+3| ≠0 -условие существования дроби. Решим уравнение: |x-2|-|2х+3|=0.

1. Если х<-1,5, тo -х+2+2х+3=0, х=5, -5<-1,5.

2. Если -1,5≤х<2, то -х+2-2х-3=0, х= -1/3,

-1,5≤1/3<2

3. Если х≥2, то х-2-2х-3=0, -х=5, х=-5, -5<2.

Д(у)==( -∞;-5)U( -5;-1/З)U(-1/З; ∞)

-5 -меньшее из значений х, не входящих в область определения

функции.

Решение задания №2.

у =1:(2x2-b), b =-5, y=1:(2x2+5).

Выберем некоторое у и предположим, что у - значение функции

y=l:(2х2+5). Тогда существует х, такое, что уравнение у=1:(2х2+5) имеет решение. Если у=0, то х не существует. Если у не равен нулю, то y=1:(х2+5), y-l :(2х2+5)=0, (yx2+5y-1 ):(2х2+5)=0, 2x2y+5y-l =0,

Д*=-*40y2+8у;Д ≥0, -40y2+8y≥0, 5у2 -у≤0, 0≤y≤1/5, но у не равен нулю, значит E(y)=(0;1/5].

5 -знаменатель дроби, которая является наибольшим значением функции.

Решение задания №3.

с=5.Функция y=dx2+(d-2)x-3 на промежутке (-∞;5] убывает, а на промежутке [5;∞) возрастает, значит d >О.

Найдём координаты вершины параболы х =-(d-2):2d=(2-d):(2d), х=5,

(2-d):(2d)=5, d=2/11.

d-существует и равно 2/11.

Решение задания №4.

k=2/11, тогда уравнение 2x+3y+k-57/11 примет вид 2х-3у-5=0, 2х=3у+5, х=(3у+5):2. Значит 9у²-4х2 -3ху-3=9y²-(3у+5)² -3у(3у+5):2-3=

=9y²-9y² -30у-25-(9y²+ 15у):2-3=-4,5y²-37,5у-28-квадратный трехчлен, значит графиком соответствующей квадратичной функции является парабола, ветви которой направлены вниз. Значит, существует наибольшее значение функции, принимаемое в вершине параболы, абсцисса которой равна 37,5:(-9)=-25/6, тогда х=(3у+5):2=-15/4, а наибольшее значение функции принимает вид М=9(-25/6)² -4( -3,75)² -3( -25/6)(-3,75)-3=401/8.

8-знаменатель наибольшего значения выражения.

Решение задания №5.

t=8. Значит равенство примет вид

 maxa (-2а²+3(а+l)х+х²-а)= minb (b²-4bx+b+3).

1)y=-2а2+3(а+1)х+х2-а, y=-2а2+а(3x-l)+х2+ 3х - функция квадратичная, график - парабола, ветви - вниз, существует наибольшее значение функции:

f(а)=(4(-2)(х2+3х)-(3х-l)²):(-8)=( -17х2 -18х-l ):(-8).

2) y=b2 – 4bx+b+3 – функция квадратичная, график – парабола, ветви – вверх, значит, существует наименьшее значение функции:

f(b)=(12 - (1 – 4x)2):4 = (- 16x2+8x+11):4.

f(a)=f(b), 17х2+18х+l=-32х2+16х+22, 49х2+2х-21=0, D=4120, х=(-1 ±$√$1030):49.

49- знаменатель значения х.

Решение задания №6.

h==49, тогда функция примет вид:

 8-(х-4З+49), если х< -6;

y= |x2 -6|х|+8|, если -6≤x<5;

 3 ,если х≥5

l) у=8-(х+6)² -квадратичная функция; (-6;8)-вершина параболы; если y=0, то x=6±2$√$2

2) у=x²-6х+8-квадратичная функция; (3;-1)-вершина параболы; если у=0,то x=4, х=2.

3)y=3- прямая параллельная оси абсцисс.

Свойства функции: l) -6-$√$2; -4; -2; 2; 4-нули функции.

2)у>0 при х принадлежащих объединению промежутков (-6-2˅2;4), (-4;-2), (-2;2), (2;4), (4;∞);

у>0 при х принадлежащему промежутку (-∞;-6-2˅2).

3) Функция возрастает на промежутках (-∞;-6],[-4;-3],[-2;0],[2;3],[4;5].

Функция убывает на промежутках [-6;4], [-3;-2],[0;2],[3;4].

Функция постоянная на промежутке [4;∞).

4) -4;-2;2;4-точки минимума функции;0-минимум функции.

5) -6;-3;0;8- точки максимума функции; 8; 1- максимумы функции.

6) Функция не имеет наименьшего значения.

Наибольшее значение функции равно 8.

7) Е(у)=( -∞;8].

8) Функция общего вида, не является ни чётной, ни нечётной.

Конечный результат эстафеты для первой команды число 8.

Текст заданий эстафеты для второго варианта.

 №1.Найдите область определения функции у=1:(|x+2|-|4x-2|).

№2.Найдите область значения функции у=(х+b):(4(х2+1)), где b-меньшее из значений х, не входящих в область определения функции из задания №1.

№3.Существует ли значение а, при котором квадратичная функция у=(а+l)х2+ах+3 убывает на первом и возрастает на втором из указанных промежутков (-∞;с], [с;∞), где с-знаменатель дроби, которая является наибольшим значением функции из задания №2.

№4.На прямой x+2y+h-l/17=0 найдите точку, для координат которой выражение *х2+ху+у*-Зх+у принимает наименьшее значение. Чему оно равно? h=а из задания №3.

№5.Найдите значение х, при которых выполняется равенство

Min(a)( а2 -4ax+dx+a )=max(b)( -b2+dbx+x2 -1 ),где d- знаменатель наименьшего значения выражения из задания №4.

№6.Постройте график функции и укажите свойства этой функции.

 3,если x ≤-4

y= |x2 -4|х|+3|, если -4<x≤4;

 3-(x+25-k)² , если х>4.

 k- знаменатель значения х из задания №5.

Конечный результат равен наибольшему значению функции задания №6.

Приведу решение заданий эстафеты для второго варианта Решение задания №1.

Чтобы дробь существовала, её знаменатель не должен быть равен

нулю. Решим уравнение: |x+2|-|4x-2|=0.

1) Если х<-2, то -х-2+4х-2=0, Зх=4,x=4/3, 4/3>-2.

2) Если -2≤x<I/2, то х+2+4х-2=0, 5х=0, х=0, -2<0<1/2.

3) Если x≥ 1/2 ,то x+2-4х+2=0,-3х=-4, х-4/3, 4/3> 1/2.

D(y)=(-∞;0)U(0;4/3)U(4/3;∞).

0-меньшее из значений х, не входящих в область определения функции.

Решение задания №2.

Так как,b=0 то функция у=(х+b):(4(х2+1)) принимает вид у=х:(4(х2+1)).

Выберем некоторое число у и предположим, что оно является значением этой функции. Тогда существует такое число х, что уравнение у=x:(4х2+4) имеет решение. Если y=0, то х=0. Если y не равен нулю, то x:(4x2+4)-y=0,

х-4ух²-4y=0, x-4ух²-4y=0, -4yx²-x+4у=0, D=1-64y², -1/8≤y≤I/8

1/8-наибольшее значение функции.

 8- знаменатель дроби, которая является наибольшим значением функции.

Решение задания №3.

Так как с=8,то надо найти а, при котором квадратичная функция у=(а+l)х2+ах+3 убывает на промежутке (-∞;8] и возрастает на

промежутке [8;∞). Функция квадратичная, её график - парабола, ветви которой направлены вверх, значит а+l>0, а>-1.

Найдём координаты вершины параболы: х=-а:(2а+2), х=8,-а:(2а+2)=8,

 а=-16/17.

Решение задания №4.

Так как a=h=-16/17, то уравнение прямой будет иметь вид х+2у-l=0, отсюда х=1-2у. Подставляя в выражение значение х, будем иметь:

 х2+ху+y² -3x+y=(1-2y)²+(1-2y)y+y² -3(1-2у)+у=3y²+4у-2- функция

квадратичная; график - парабола; ветви - вверх. Значит, существует наименьшее значение функции, принимаемое в вершине параболы.

y=-4:6=-2/З, тогда х=1 -2(-2/З)=2⅓ *,*а наименьшее значение выражения будет равно -10/3. Число 3 знаменатель наименьшего значения выражения.

Решение задания №5.

Так как d=3, то надо найти х из равенства

mina(a2-4ax+3x+a)=mахb( -b²+ 3bх+х²-1).

1)y=а2-4ах+3х+а, y=а2+а(1-4х)+3х-функция квадратичная; график-парабола; ветви-вверх. Значит, существует наименьшее значение функции, принимаемое в вершине параболы: a=(4х-l):2, f(a)=(-16x2+20x-l):4.

2)y=-b²+36x+x²-1-функция квадратичная; график-парабола; ветви-вниз.

Значит, существует наибольшее значение функции в вершине параболы: f(b)=( -4(х2 -1 )-9х2):(-4)=(-13х2+4):( -4).

(-16х2+20х-l ):(-4)=( -l3х2+4):( -4),

29х2-20х-3=0, D=748, x=(10±$√$187):29.

29- знаменатель значения х.

Решение задания №6.

 Так как k=29, то функция принимает вид:

 3,если x ≤ -4

y= |x2 -4|х|+3|, если -4<x≤4;

 3-(x+25-29)² , если х>4.

1) у=3 -прямая параллельная оси абсцисс.

2) y=x²-4х+3 -функция квадратичная; график-парабола; (2;-1)­вершина параболы; х=3, х=l-нули функции. Для построения графика функции

y=|x2-4|x|+3| используем свойства симметрии относительно осей координат.

З) График функции у=3-(x-4)² получим С помощью параллельного переноса. (4;3)-вершина параболы; х=4±$√$3-нули функции.



Свойства функции.

 1)-3;-1;1;3-нули функции.

2) у<0 при х $\in $(4+˅З;∞);

 у>0 при x $\in $(-∞;-3)U (-3;-1)U(-1;1)U (1;3)U (3;4+√3)

3) Функция возрастает на промежутках [-3;-2]; [-1;0]; [1;2]; [3;4].

 Функция убывает на промежутках [-4;-3]; [-2;-1]; [0;1]; [2;3]; [4;∞). Функция постоянная на промежутке (-∞;-4).

4)Точки максимума:-2; 0; 2; 4. Минимумы функции: 1;3.

Точки минимума:-3; -1; 1; 3. Минимум функции 0.

5) Наименьшего значения функция не имеет. Наибольшее значение

функции равно 3. 6)Е(у)=(-∞;3].

7)Функция не является ни чётной, ни нечетной.

Конечный результат эстафеты наибольшее значение функции число 3.