Муниципальное бюджетное общеобразовательное

учреждения гимназия № 19 им.Н.З.Поповичевой

г.Липецка

Урок алгебры по теме:

**«Теорема Безу и следствие из неё»**

(профильный уровень)

/11 класс/

Подготовила

учитель математики

Маликова Ольга Георгиевна

Липецк, 2014

**Тема: «Теорема Безу и следствие из неё»**

(алгебра, 11 класс)

Цели урока:

*Дидактические:* - развитие навыков использования схемы Горнера

 - доказательство теоремы Безу и следствия из неё при

 решении проблемной ситуации: можно ли разложить

 многочлен третьей степени на множители;

 - использование теорему Безу для решения уравнений высших

 степеней;

 - закрепление применения данной теоремы и следствия из неё

 в ходе решения задач.

*Развивающие:*  - продолжение развития логического мышления и

 мировоззрения учащихся.

*Воспитательные:* - воспитание творческого мышления, познавательной

 активности, смелости своих суждений, культуры речи;

Тип урока: урок открытия «нового знания» (использование технологии проблемно-диалогового обучения)

Оборудование: мультимедийная установка.

Ход урока: 1. Организационный момент.

 2. Актуализация знаний.

 3. Изучение нового.

 4. Историческая справка.

 5. Закрепление.

 6. Итог урока.

**Ход урока**

**1. Организационный момент**

 Здравствуйте ребята.

**Слайд 1** «Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть - и далее подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели»

(Г. Лейбниц) Именно эти слова будут лежать в основе нашего сегодняшнего урока.

 И сегодня мы продолжим разговор об одном из важнейшем понятии математики - уравнении. На протяжении веков выдающиеся математики развивали теорию решения алгебраических уравнений.

**Слайд 2** Среднеазиатский математик ал-Хорезми в IX веке установил, что решение уравнений первой степени сводится к двум операциям. Каким?

*(к переносу отдельных членов его из одной части равенства в другую и приведение подобных членов)*

 Уравнения второй степени умели решать еще вавилоняне во втором тысячелетии до нашей эры.

 Для уравнений третьей и четвертой степени есть формулы корней (формулы Кордано и Феррари), выведенные итальянскими математиками в 1545 году, но в силу своей громоздкости эти формулы не используют в школьной программе. После того, как были выведены формулы корней для уравнений третьей и четвёртой степени, на протяжении почти 300 лет, учёные-математики пытались вывести формулы для нахождения корней уравнений пятой степени и выше, но труды их оказались безуспешными.

**Слайд 3** В 1826 году норвежский математик Абель доказал, что нельзя вывести формулы для решения уравнений пятой степени и выше.

- Что же делать? Неужели уравнения степени выше 2 невозможно решить? Конечно же можно.

**2. Актуализация знаний**

 И какие методы для решения уравнений высших степеней мы знаем?

**Слайд 4**(*метод разложения на множители, замена переменной, функционально-графический метод)*

**3. Изучение нового**

**Слайд 5**

- Решить уравнение x3 + 2x2 - 7x – 12 = 0. Можно ли известными методами разложить на множители левую часть уравнения***.(Проблема!)***Мы понимаем, что было бы удобно представить левую часть равенства в виде произведения, т.е. разложить на множители.

*-* Какие методы разложения на множители вы можете назвать?*(вынесение общего множителя за скобок, способ группировки, ФСУ)*

 Нужно разложить многочлен 3 степени на множители. Но как?...

- Сегодня мы рассмотрим ещё один из методов разложения на множители и сформулируем алгоритм решения уравнений такого вида, а тему урока сформулируем в ходе урока.

**Слайд 6**

- Как разложить на множители квадратный трёхчлен ах2 + bх + с? (*найти корни и воспользоваться формулой)*

*-* А нам как раз необходимо разложить на множители многочлен Р(х) = x3 + 2x2 - 7x – 12. Для этого нужно найти его корни. Что называется корнем многочлена? *(Число а называется корнем многочлена f, если f(а)=0).*

- Сформулируйте теорему о нахождении целых корней многочлена*( Пусть все коэффициенты многочлена Р(х) – целые числа. Если целое число а является корнем многочлена Р(х), то а – делить свободного члена многочлена Р(х))*

- Найдите делители свободного члена *(±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±12)*

*-* Какое число является корнем многочлена? *(х = -3 – корень многочлена)*

- Значит один из множителей будет (х + 3). Как найти другие множители? (*выполнить деление многочлена на двучлен (х + 3) по схеме Горнера). (1 ученик у доски)*

- Обратите внимание, что х = -3 является корнем многочлена и при делении на (х + 3) получился остаток 0, т.е. чему равно значение многочлена при х = -3? *(0)*

**Слайд 7**

- Число х = 2 является корнем данного многочлена? (*нет*) Выполните деление многочлена на двучлен (х – 2). Получается деление с остатком, остаток равен -10. Найдите значение многочлена при х = 2. *(1 ученик работает у доски)* Значение многочлена равно -10. Отметим, что x=2- не является корнем многочлена и остаток от деления многочлена на (х-2) равен значению многочлена при х=2.

**Аналогичная работа для х = 1; х = -2** *(самостоятельно)*

- Замечаете ли вы ту же закономерность (речь идет о значении остатка и значении многочлена при различных значениях х)?

- Сформулируйте гипотезу. **(*Обучающиеся формулируют гипотезы*)**

- Запишем её в общем виде.

**Слайд 8**

Пусть Р(х) - многочлен, а - некоторое число.

Докажем следующие утверждения:

1. Остаток от деления Р(х) на (x - а) равен Р(а).

2. Р(х) делится на двучлен (x - а) тогда и только тогда, когда число а является его корнем.

 Доказательство ***(доказательство гипотезы):*** 1. по теореме о делении с остатком следует, что Р(х) = (х – а)Q(х) + г, где q(х) многочлен степени на 1 меньше чем Р(х), r – остаток (число). Подставим вместо х значение а, получим Р(а) = (а – а)q(х) + r = r. Ч.т.д.

- Эту теорему называют теоремой Безу в честь французского математика Этьена Безу.

- Итак сформулируйте теорему Безу.( Остаток отделения многочлена Р(х) ненулевой степени на двучлен х – а равен Р(а) (т.е. значению многочлена Р(х) при х = а)

 Доказательство: 2. Если а – является корнем многочлена, то Р(а) = 0, следовательно г = 0 и многочлен примет вид Р(а) = (х – а)Q(х). Это значит, что многочлен Р(а) делится на (х – а).Ч.т.д

- Мы получили следствие из теоремы Безу. Сформулируйте его. (Если число а является корнем многочлена Р(х), то Р(х) делится на двучлен х - а.

**4. Историческая справка**

 Этьен Безу- французский математик, член Парижской Академии Наук.

 Именем учёного названа одна из основных теорем алгебры - ТЕОРЕМА БЕЗУ. Теорема Безу, несмотря на внешнюю простоту и очевидность, является одной из фундаментальных теорем теории многочленов. В этой теореме алгебраические свойства многочленов (которые позволяют работать с многочленами как с целыми числами) связываются с их функциональными

свойствами (которые позволяют рассматривать многочлены как функции).

**Слайд 9**

 Вернёмся к нашему уравнению. Воспользуемся следствием из теоремы Безу и разложим левую часть уравнения на множители. *(1 ученик у доски)*

x3 + 2x2 - 7x – 12 = 0

(х + 3)(x2 – x - 4) = 0.

Ответ: 3; $\frac{1\pm \sqrt{17}}{2}$.

**Слайд 10**

Сформулируйте алгоритм решения уравнений с помощью теоремы Безу:



**5. Закрепление**

**Слайд 11 Подумай и реши:**

1) Найти остаток от деления многочлена x3 - 3x2 + 6x – 5 на двучлен (x - 2).

Решение:

r = P(2) = 23 - 3∙22 + 6∙2 - 5 = 3 .

2) При каком значении a многочлен x4 + ax3 + 3x2 – 4x – 4 делится без остатка на двучлен x – 2?

Решение:

По теореме Безу

 r = P(2) = 16 + 8a + 12 – 8 – 4 = 8a +16.

Но по условию r = 0, значит 8a + 16 = 0, отсюда a = -2 .

3) Разложите на множители х4 + 324.

Решение: данный многочлен разложить на множители не возможно, т.к. он не имеет корней.

**6. Итог урока**

 Теорема Безу находит применение при рассмотрении одной из важнейших задач математики - решении уравнений. Существует несколько следствий из теоремы, которые помогают при решении практических задач. Из рассмотренных примеров можно сделать вывод, что теорема Безу находит применение при решении задач, связанных с делимостью многочленов, например, нахождение остатка при делении многочленов. Также, теорема работает при разложении многочленов на множители.

 Теорема Безу позволяет ответить и на важный теоретический вопрос - Сколько корней может иметь многочлен?

**Слайд 12**

**Дома:** Докажите утверждение: «Многочлен степени n имеет не более n корней».

 (Воспользуйтесь методом от противного)

**Список использованной литературы**

1. А.Г.Мордкович, П.В.Семёнов. Алгебра и начала математического анализа

 (профильный уровень), 11 класс. Ч. 1 – М: Мнемозина, 2009

**Использованные Интернет-ресурсы**

1.<http://ru.wikipedia.org>

2. <http://www.ref.by/refs/49/32199/1.html>