**Расположение корней квадратного трехчлена.**

Пусть числа х1 и х2 – корни квадратного трехчлена f(x)= ax2+bx +c, причем х1< x2 , D=b2-4ac≥0 , а≠0 и даны А и В – некоторые точки на оси Ох. Тогда:

**Теорема 1.** Оба корня меньше числа А, то есть х1<А, х2<А тогда и только тогда, когда

а>0 (1) а<0 (4)

х0 = -b/2a < A (2) или х0 = - b/2a <A (5)

f (A) > 0 (3) f(A) < 0 (6)

Если в первой системе объединить условия (1) и (3) , а во второй условия (4) и (6), то получим новую систему :

x0= -b/2a < A,

a∙ f(A) >0 .

**Теорема 2.** Корни лежат по разные стороны от числа А, то есть х1<А<х2 тогда и только тогда, когда

а>0 или a<0

f (A) <0 f(A) >0

Запишем условия данных систем одним неравенством: a∙f(A) <0 .

**Теорема 3.** Оба корня больше числа А, то есть х1>А и х2>А тогда и только тогда, когда

а>0 (1) a<0 (4)

х0 >А (2) или x0 >A (5)

f(A) >0 (3) f(A)<0 (6)

Объединяя в первой системе условия (1) и (3), а во второй системе условия (4) и (6) , получим:

х0 > А,

а∙f(A) >0 .

**Теорема 4.** Оба корня лежат между числами А и В, то есть А<х1<В и А<х2<В тогда и только тогда, когда

a>0 (1) a<0 (5)

A<x0<B (2) или A< х0 <B (6)

F (A) >0 (3) f(A) <0 (7)

f(b) >0 (4) f(B) < 0 (8)

Объединив условия (1), (3) и (4) первой системы и условия (5), (7) и (8) второй системы, получим

А < х0 < В,

a∙f(A) > 0,

a∙f(B) > 0.

**Теорема 5.** Корни лежат по разные стороны от отрезка [A;B], то есть х1< А < В < х2 тогда и только тогда, когда

а>0 a<0

f(A)<0 или f(A)>0

f(B)<0 f(B)>0

Упростив данные системы, получим :

a∙f(A)<0,

a∙f(B)<0 .

Рассмотрим вопросы **практического применения** теорем о знаках квадратного трехчлена и теорем о расположении корней квадратного трехчлена.

**Задача 1.** При каких значениях параметра **а** уравнение х2+2∙(а+1)х+9=0 имеет два различных

положительных корня?

**Решение.** Так как по условию корни различны, то D>0. Воспользуемся **теоремой 1**( о знаках

корней квадратного трехчлена). Составим систему :

D= (a+1)2- 9 >0, (a-2)∙(a+4)>0,

x1∙x2=9>0, <=> a< -1.

-2∙(a+1)>0.

Решив последнюю систему, получим , что -∞<a< -4 .

**Ответ :- ∞<a< -4 .**

**Задача 2.** При каких значениях параметра **а** уравнение х2-4х + (4-а2)=0 имеет два корня разных

знаков?

**Решение.** Воспользуемся **теоремой 2** (о знаках корней квадратного трехчлена). Запишем условие:

4-а2 <0

а2 > 0

│а│> 2 => а< -2 или а> 2.

**Ответ : а<-2 и а>2 .**

**Задача 3.** При каких значениях параметра **а** уравнение х2 – 2ах + а2 – а- 6 =0 имеет два разных

отрицательных корня?

**Решение.** Воспользуемся  **теоремой 1** (о расположении корней квадратного трехчлена) и запишем

систему :

D>0 , а+6>0,

x0<0 , a<0,

f(0)>0 ; a2-a-6>0.

Решив последнюю систему, получим -6<a<-2 .

**Ответ : -6<a<-2.**

**Задача 4.** При каких значениях параметра **а** число 2 находится между корнями квадратного

уравнения

х2 + (4а+5)∙х + 3-2а =0.

**Решение.** Пусть х1 и х2 корни квадратного трехчлена, причем х1<2<х2. Воспользуемся **теоремой 2**

(о расположении корней квадратного трехчлена) и запишем систему :

D= 16a2 +48a +13 >0,

F(2)= 22 + (4a+5)∙2 +3- 2a<0.

Решив систему, получим 17+6а<0 или а < -17/6 .

**Ответ : а< -17/ 6.**

**Задача 5.** При каких значениях параметра **а** корни уравнения 4х2 – 2х + а =0 находятся между

числами -1 и 1?

**Решение.** Так как корни находятся между числами -1 и 1, то -1<х1<1 и -1<х2<1. Воспользуемся

**теоремой 4** ( о знаках корней квадратного трехчлена) и составим систему :

-1< х0= 2/4< 1, 6 + а >0 ,

4∙(4+2+а)>0, => 2 + а >0 ,

4∙(4 -2+а)>0, 4 – 16а>0;

D=(-2)2 - 4∙4а >0;

Решив систему, получим -2< а < ¼ .

**Ответ : -2< а < ¼ .**