Замечательно, что наука, которая начала с рассмотрения азартных игр, обещает стать наиболее важным объектом человеческого знания. Ведь большей частью жизненные вопросы являются на самом деле задачами из теории вероятностей.

П. Лаплас

**Урок по теме** «Простейшие вероятностные задачи»

**Организационная информация**

**Тема урока:** «Простейшие вероятностные задачи».

**Предмет:** алгебра и начала анализа.

**Класс:** 11.

**Тип урока:** комбинированный.

**Длительность:** 2 учебных часа.

**Цель урока:** рассмотреть простейшие понятия теории вероятностей.

**Задачи урока:**

образовательные: научить в процессе реальной ситуации определять достоверные, невозможные, равновероятностные, совместные и несовместные события; научить решать задачи из жизни;

воспитательные: воспитание умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие, настойчивости в достижении цели и заинтересованности в конечном результате труда.

развивающие: развитие умения анализировать, обобщать изучаемые факты, выделять и сравнивать существенные признаки, выбирать наиболее эффективные способы решения задач в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов и условий действия; контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

**Используемые технологии:** развивающее обучение, групповая технология, ИКТ, элементы исследовательской деятельности, элементы блочного изучения тем.

**Оборудование и материалы для урока:** компьютер, проектор, презентация по теме «Простейшие вероятностные задачи», экран.

**План урока:**

1) Организационный момент.

3) Изучение нового материала.

3.1. Что такое событие?

3.3. Что такое теория вероятностей? Алгоритм нахождения вероятности случайного события.

3.4., 3.5. Решение простейших вероятностных задач.

4) Итоги урока.

5) Домашнее задание.

**Ход урока**

**1. Организационный момент**

Приветствие учеников, сообщение темы и цели урока

**3. Изучение нового материала**

**3.1. Что такое событие?** (класс заранее был поделен на группы, одна из групп подготовила информацию об этом понятии) (слайд 3)

Например:

В теории вероятностей возможный исход эксперимента, называется элементарным событием, а множество таких исходов называется просто событием.

Событие – это результат испытания.

**Пример.**

Стрелок стреляет по мишени, разделенной на четыре области. Выстрел – это испытание. Попадание в определенную область мишени – событие. В урне имеются цветные шары. Из урны наудачу берут один шар. Извлечение шара из урны есть испытание. Появление шара определенного цвета – событие.

В теории вероятностей под событием понимают то, относительно чего после некоторого момента времени можно сказать одно и только одно из двух. Да, оно произошло. Нет, оно не произошло.

В жизни мы постоянно сталкиваемся с тем, что некоторое событие может произойти, а может и не произойти.

Например:

В следующем году первый снег выпадет в субботу. Бутерброд упадет маслом вниз. При бросании кубика выпадет шестерка. При бросании кубика выпадет четное число.

У меня есть лотерейный билет. После опубликования результатов розыгрыша лотереи интересующее меня событие – выигрыш тысячи рублей, либо происходит, либо не происходит. В следующем году первый снег выпадет в субботу.

Такие *непредсказуемые события называются* **случайными**. (слайд 4)

Теория вероятностей изучает различные модели случайных событий, их свойства и характеристики. Разумеется, эта теория не может однозначно предсказать, какое событие в реальности произойдет, но может оценить, какое событие наиболее вероятно. При этом будем считать, что случайные события равновероятны (или равновозможны), - идеализированная модель.

*Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно,* *называются* **совместными**, *а* *те, которые не могут происходить одновременно,* - **несовместными.** ( слайд 5)

**Примеры.**

1. Из ящика с деталями наудачу извлечена деталь. Появление стандартной детали исключает появление нестандартной детали. События «появилась стандартная деталь» и «появилась нестандартная деталь» - несовместные.

2. Брошена монета. Появление «герба» исключает появление надписи. События «появился герб» и «появилась надпись» - несовместные.

3. Примеры ребят.

**Равновозможными** *называются события, когда в их наступлении нет преимуществ.* (слайд 6)

**Неравновозможные** *события те, у которых в наступлении одного из событий есть какое то преимущество.*

**Примеры.**

1. Появление герба или надписи при бросании монеты представляют собой равновероятные события.

2. Пусть бросают игральную кость. В силу симметрии кубика можно считать, что появление любой из цифр 1, 2, 3, 4, 5 или 6 одинаково возможно (равновероятно).

3. Примеры ребят.

*Событие, которое происходит всегда, называют* **достоверным** *событием.*

Вероятность достоверного события равна 1. (слайд 7)

*Событие, которое не может произойти, называется* **невозможным.**

Вероятность невозможного события равна 0.

**Примеры.**

1. В следующем году снег не выпадет. При бросании кубика выпадет семерка. Это невозможные события.

2. В следующем году снег выпадет. При бросании кубика выпадет число, меньше семи. Ежедневный восход солнца. Это достоверные события.

3. Пусть, например, из урны, содержащей только черные шары, вынимают шар. Тогда появление черного шара – достоверное событие; появление белого шара – невозможное событие.

4. Приведите примеры достоверных и невозможных событий.

**3.3. Что такое «теория вероятностей»?** (ребята из третьей группы знакомят с определениями теории вероятностей)

Например:

**Теория вероятностей** – раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними. (Советский энциклопедический словарь, 1982 год)

**Теория вероятностей –** это математическая наука, позволяющая по вероятностям одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, связанных каким – либо образом с первыми. (А.А.Боровков «Теория вероятностей», М.: Наука, 1986 год.)

**Вероятность** – это численная характеристика реальности появления того или иного события.

**Классическое определение вероятности.** ( слайд 8)

*Вероятностью события А при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие А, к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.*

Для решения задач используют **алгоритм нахождения вероятности случайного события.** (слайд 9)

*Для нахождения вероятности случайного события А при проведении некоторого испытания следует найти:*

*число N всех возможных исходов данного испытания;*

*количество N(A) тех исходов, в которых наступает событие А;*

*частное  оно и будет равно вероятности события А.*

Принято вероятность события А обозначать так: Р(А). Значит Р(А) = 

**Примеры.** (слайд 10)

На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность Р(А) того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.

**Решение.** Число стандартных подшипников равно 1000 – 30 = 970. Будем считать, что каждый подшипник имеет одинаковую вероятность быть выбранным. Тогда полная группа событий состоит из N = 1000 равновероятных исходов, из которых событию А благоприятствуют N(A) = 970 исходов.

Поэтому Р(А) = 

Ответ: 0,97.

**2**. Найдем вероятность того, что при одном бросании игральной кости (кубика) выпадает: а) три очка; б) число очков, кратное трем; в) число очков больше трех; г) число очков, не кратное трем.

**Решение.** Всего имеется N=6 возможных исходов: выпадение 1,2,3,4,5,6 очков. Считаем, что эти исходы равновозможны.

а) Только при одном из исходов N(А)=1 происходит интересующее нас

событие А – выпадение трех очков. Вероятность этого события .

б) При двух исходах N(B) = 2 происходит событие B: выпадение числа очков кратных трем: выпадение или трех или шести очков. Вероятность такого события .

в) При трех исходах N(C) = 3 происходит событие C: выпадение числа очков больше трех: выпадение четырех, пяти или шести очков. Вероятность этого события .

г) Из шести возможных выпавших чисел четыре (1, 2, 4 и 5) не кратны трем, а остальные два (3 и 6) делятся на три. Значит, интересующее нас событие D,

наступает в четырех случаях, т.е. N(D) = 4. Вероятность такого события: .

Ответ: а) ; б) ; в) ; г) .

Для вычисления вероятности часто используют **правило умножения**. (слайд 11)

*Для того, чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В.*

**Пример.**

Найдем вероятность того, что при подбрасывании двух костей суммарное число очков окажется равным 5.

**Решение.** Возможно следующее сочетание очков на первой и второй костях:

1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1 – четыре благоприятных случая (N(A) = 4). Всего возможных исходов N = 6·6 = 36 (по шесть для каждой кости). Тогда вероятность рассматриваемого события 

Ответ: .

Вероятность Р(А) некоторого события .

При решении некоторых задач удобно использовать **свойство вероятностей противоположных событий.** (слайд 12)

*События А и В называются* **противоположными,** *если всякое наступление события А означает ненаступление события В, а ненаступление события А – наступление события В.*

Событие, противоположное событию А, обозначают символом . Сумма вероятностей противоположных событий равна 1. .

**Примеры.**

**1**. Бросаем один раз игральную кость. Событие А – выпадение четного числа очков, тогда событие  - выпадение нечетного числа очков.

**2.** В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

**Решение.** Элементарный исход – случайно выбранный аккумулятор. Поэтому

N = 1000.

Событию А = {аккумулятор исправен} благоприятствуют 1000 – 6 = 994 исхода.

Поэтому N(A) = 994.

Тогда 

Ответ: 0,994.

Эту задачу можно решить с помощью формулы вероятности противоположного события  = {аккумулятор неисправен}. Тогда N(Ā)=6.

Имеем =  Значит, P(A) = 1- =1 – 0,006 = 0,994.

Ответ: 0,994.

**3.4. Решение задач (у доски).**

**1.**  Монета бросается два раза. Какова вероятность того, что:  
а) герб выпадет хотя бы один раз?      б) герб выпадет два раза? (слайд 13)

**Решение.** а) Пусть А - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал хотя бы один раз.  
Равновозможными элементарными исходами здесь являются: ГГ, ГР, РГ, РР, т.е. N = 4. Событию А благоприятствуют исходы: ГГ, ГР, РГ, т.е. N(A) = 3.  
Следовательно,   
б) Пусть В - событие, состоящее в том, что в результате проведенного испытания герб выпал два раза.  
Событию В благоприятствует один исход: ГГ, т.е. N(B) = 1.  
Следовательно, 

Ответ: а) ; б) .

**2.**  Игральная кость бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6 (событие А)? (слайд 16)

**Решение.** Равновозможными элементарными исходами здесь являются пары (x, y), где x и y принимают значения: 1,2,3,4,5,6. Таким образом, общее число элементарных исходов равно N = 6 · 6 = 36.  
Событию А благоприятствуют пары (1;5), (2;4), (3;3), (4;2), (5;1), число которых равно N(А) = 5.  
Следовательно, .

Ответ: .

**3.** В ящике лежат 6 красных и 6 синих шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Определите вероятность события А - все выбранные шары красные. (слайд 14)

**Решение.** Р(А) = 0, т.к. это событие А - невозможное.

Ответ: 0.

**4.** Научная конференция проводится 3 дня. Всего запланировано 50 докладов: в первый день – 30 докладов, а остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции? (слайд 15)

**Решение.** Так как в третий день будут слушать 10 докладов, то благоприятных исходов N(А) = 10, а всего докладов 50, т.е. равновозможных исходов N = 50. Поэтому .

Ответ: 0,2.

**5.** Перед началом первого тура чемпионата по теннису разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким – либо теннисистом из России. (слайд 16)

**Решение.** Число всех исходов N = 45. Число элементарных событий, благоприятствующих событию А равно 18. Все элементарные события равновозможны по условию задачи, поэтому 

Ответ: 0,4.

**3.5. Решение задач в группах**

А теперь перейдем к работе в группах. Ваша задача: решить задачи, оформить их в тетрадях и рассказать о проделанной совместной работе. Листочки с заданиями на столах. Помогайте друг другу при решении. (Учитель, в процессе работы учащихся, оказывает помощь каждой группе).

**Задачи:**

1. Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий - кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

2. Игральный кубик (кость) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, больше чем 4?

3. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

4. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза?

5. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5- из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

6. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

7. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

**Решения к задачам**

1. Случайный эксперимент – бросание жребия. Элементарное событие в этом эксперименте – участник, который выиграл жребий. Перечислим их:

(Вася), (Петя), (Коля) и (Лёша).

Общее число элементарных событий N = 4. Жребий подразумевает, что элементарные события равновозможны. Событию A = {жребий выиграл Петя}

благоприятствует только одно элементарное событие (Петя). Поэтому N(A)=1.

Тогда .

Ответ: 0,25.

2. Случайный эксперимент – бросание кубика. Элементарное событие –число на выпавшей грани. Граней всего шесть. Перечислим все элементарные события: 1,2,3,4,5 и 6. Значит, N=6. Событию A={выпало больше, чем 4} благоприятствует два элементарных события: 5 и 6. Поэтому N(A) = 2. Элементарные события равновозможны, поскольку подразумевается, что кубик честный. Поэтому .

Ответ: .

3. Элементарный исход в этом опыте – порядочная пара чисел. Первое число выпадает на первом кубике, а второе – на втором. Множество элементарных исходов удобно представить таблицей. Строки соответствуют результату первого броска, столбцы – результату второго броска. Всего элементарных событий N = 3.

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

1

2

3

4

5

6

Напишем в каждой клетке таблицы сумму выпавших очков и закрасим клетки где сумма равна 8. Таких ячеек 5. Значит событию А = {сумма равна 8} благоприятствует пять элементарных исходов. Следовательно, N(A) = 5.

Поэтому 

Ответ: 

Орёл обозначим буквой О, решку – буквой Р. В описанном эксперименте элементарные исходы – тройки, составленные из букв О и Р. Выпишем все их в таблицу:

|  |  |
| --- | --- |
| Элементарный исход | Число орлов |
| ООО | 3 |
| ООР | 2 |
| ОРО | 2 |
| ОРР | 1 |
| РОО | 2 |
| РОР | 1 |
| РРО | 1 |
| РРР | 0 |

Всего исходов получилось 8. Значит, N=8. Событию А = {орёл выпал ровно два раза} благоприятствует элементарные события ООР, ОРО, РОО. Поэтому N(A)=3. Тогда 

Ответ: 0,375.

5. Элементарный исход – спортсмен, который выступает последним. Последним может оказаться любой спортсмен. Всего спортсменов N=4+7+9+5+5=25. Событию А = {последний из Швеции} благоприятствуют только 9 исходов (столько, сколько участвует шведских спортсменов). Поэтому N(A)=9.

Тогда 

Ответ: 0,36.

6. Элементарные события – спортсменка, выступающая первой. Поэтому N=20. Чтобы найти число элементарных событий, благоприятствующих событию А = {первой выступает спортсменка из Китая}, нужно подсчитать число спортсменок из Китая: N(A)=20-(8+7)=5. Все элементарные события равновозможны по условию задачи, поэтому 

Ответ: 0,25.

7. Элементарный исход – случайно выбранная сумка. Поэтому N = 108.

Событию А = {качественная сумка} благоприятствуют 100 исходов.

Поэтому N(A) = 100.

Тогда 

Ответ: 0,93.

**Отчет групп о проделанной работе**

**4. Итоги урока** (слайд 17)

Ученики проговаривают, что нового узнали на уроке. Учитель оценивает работу ребят. При выходе из кабинета каждый ученик выбирает прямоугольник по цвету, соответствующему надписями “всё понятно и усвоено”, “трудно и не всё понятно”, “не понятно и не усвоено”, и опускает в соответствующий конверт.

**5. Домашнее задание**

Выполнить онлайн тест по адресу http://gomonova.ucoz.ru/index/test/0-32