***Урок-лекция в 10 классе***

***по алгебре и началам анализа «Производная в физике и технике»***

 Учитель математики высшей квалификационной

 категории ***Оганесян Р.С.***

**Теория без практики мертва или бесплодна; практика без теории невозможна или пагубна. Для теории нужны знания, для практики сверх всего того умение.** А.Н. Крылов

План проведения лекции.

1.Исторические сведения, сообщение учителя.

2. Применение производной - различные формулы.

3. Примеры решения различных задач.

Цель урока: Рассмотреть механический смысл производной и ее применение в физике и технике.

1. Честь открытия основных законов математического анализа наравне с Ньютоном, принадлежит немецкому математику Т. Лейбницу. К этим законам Лейбниц пришёл, решая задачу проведения касательной, к произвольной кривой. Математический анализ, созданный Ньютоном и Лейбницем, долго развивался на основе интуитивного понятия производной как «скорости изменения функций». Современное определение производной появилось лишь в XIX веке после того, как были уточнены основные понятия математического анализа: вещественное число, предел, функции.

Ясно, что путь и скорость связаны между собой. В конце XVII века великий английский учёный Исаак Ньютон открыл общий способ описания этой связи. Открытие Ньютона стало поворотным пунктом в истории естествознания. Оказалось, что связь между количественными характеристиками самых различных процессов, исследуемых физикой, химией, биологией, техническими науками, аналогична связи между путём и скоростью. Основными математическими понятиями, выражающими эту связь, являются производная и интеграл.

**II.** Итак, понятие производной возникло как математическое описание скорости движения. Поэтому важнейшим приложением производной является вычисление скорости, а ещё говорят, что производная есть мгновенная скорость изменения функции, поэтому производная широко применяется в физике и технике. Приведём примеры.

**1.**Если материальная точка движения прямолинейна и её координата применяется по закону *X(t),* то скорость её движения *V(t)* равна производной *X’(t)* в момент времени *t*: *V(t)=X’(T)* **2.**Скорость движения точки есть функция от времени, а производная этой функции называется ускорением движения. Ускорение есть производная скорости по времени: *a = V’(t)* или *a = X’’(t)*

 С помощью производных функций, характеризующих физические явления, задаются и другие физические величины, а именно:

**3.*Работа.*** Рассмотрим работу, которую совершает заданная сила *F* при перемещении по отрезку оси *x.* Сила есть производная работы по перемещению: *F = A’(x)*

*4***.*Заряд.*** Пусть *q* – заряд, переносимый электрическим током, через поперечное сечение проводника за время *t.* Сила тока является производной заряда по времени *I = q’(t)*

**5.*Масса тонкого стержня.*** Пусть имеется неоднородный тонкий стержень. Неоднородность стержня означает, что его линейная плотность не является постоянной, а зависит от положения точки *l*по некоторому закону *ρ =ρ(l).* Тогда: линейная плотность – это производная массы по длине: **6*.Теплота.*** Рассмотрим процесс нагревания какого-нибудь вещества и будем вычислять количество теплоты *Q(T),* которое необходимо, чтобы нагреть 1 кг. Этого вещества от 0о до Tо (по Цельсию). Тогда: теплоёмкость – это производная теплоты по температуре. *C = Q’(T)*

**7.***Работа как функция времени.*Нам известно, что характеристика работы, определяющая её скорость по времени – это мощность. Мощность есть производная работы по времени: *N = A’(t)* **8.**Если *Q(t) –*закон изменения количества вещества, вступившего в химическую реакцию, то скорость *V(t)* химической реакции в момент времени *t*равна производной *Q’(t)*: *V(t) = Q’(t)*

**9.**Если *V(p)* – закон изменения объёма жидкости от внешнего давления *p*, то производная *V’(p)* есть мгновенная скорость изменения объёма при внешнем давлении, равном *p*: *Vмгн = V’(p)* **10.**Пусть точка движется по криволинейной траектории. Обозначим координаты точки *x(t)* и*y(t).* Эти координаты зависят от времени *t*и являются тем самым функциями от *t*. Тогда координаты вектора мгновенной скорости в момент времени *t*равны *x(t)* и*y(t).*

**11.**При движении точки по окружности с угловой скоростью *ω(t)* по закону *µ(t)*, имеем *ω(t)=φ’(t)*

**III.** Производная широко применяется при решении различных физических задач. Рассмотрим решение нескольких задач.

**1.**Тело движется прямолинейно по закону x(t) = 3t2 + 2t + 1, где x(t) измеряется в литрах, время t в секундах. Найти скорость движения тела в момент времени t = 4 с.

 *Решение.*

V(t) = x’(t) ; V(t) = 6t + 2 ; V(4) = 6 · 4 + 2 = 26 (м/с).  *Ответ:* 26 м/с.

**2.**Для машины, движущейся со скоростью 30 м/с, тормозной путь определяется по формуле S(t) = 30t – 16t2, где S(t) – путь в метрах, t – время торможения в секундах. В течении какого времени осуществляется торможение до полной остановки машины? Сколько метров будет двигаться машина с начала торможения до полной её остановки? *Решение.*

Мгновенная скорость V(t) машины при торможении равна производной s’(t). V(t) = S’(t) = (30t – 16t2)՛ = 30 – 32t

 В конце тормозного пути V(t) = 0, поэтому имеем: 30 – 32t = 0, откуда t= $\frac{15}{16}$ с. Значит торможение осуществлялось в течении$\frac{15}{16}$ с. Тормозной путь машины составит: S ($\frac{15}{16}$) = 30 ·$\frac{15}{16}$= 16 ($\frac{15}{16}$)2 ≈ 14 (м). *Ответ:* t = $\frac{15}{16}$ с.; S ($\frac{15}{16}$) ≈ 14 м.

**3.**Тело, масса которого m кг. Движется прямолинейно по закону x(t) = 3t2 + t (в м.). Доказать, что движение тела происходит под действием постоянной силы *Решение.*

Ускорение: а(t) = V’(t) = x’’(t) V(t) = x’(t) = (3t2 + t)׳ = 6t + 1 a(t) = (6t + 1) = 6. При данном законе движения тело движется с постоянным ускорением а(t) = 6 (м/с2). Масса тела m постоянна, значит по второму закону Ньютона действующая на него сила F = ma = 6m (н.) также постоянна, что и требовалось доказать.

**4.**Тело, массой 5 кг движется прямолинейно по закону S = t – 3t+2, где t измеряется в секундах, S – в метрах. Найти кинетическую энергию 10с. после начала движения. *Решение.*

Кинетическую энергию найдём по формуле: E =$\frac{mv^{2}}{2}$ V(t) = S(t) = (t2- 3t+2)՛ = 2t – 3 (м/с) V(10) = 2 × 10 – 3 = 17 м/с E = $\frac{5 ·289}{2}$=$\frac{1445}{2}$= 722,5 (Дж) *Ответ:* 722,5 Дж

**5.**Поворот тела вокруг оси совершается по закону: µ(t) = 2t2-3t+1 радиан. Найти угловую скорость ω(t) в произвольный момент времени t при t = 2 с.

*Решение.*

ω(t) = φ՛(t) = (2t2- 3t+1)= 4t- 3 (радиан/с.) ω(2) = 4·2 – 3 = 5 (радиан/с.) Ответ: ω(t)=4t-3 радиан/с., 5 радиан/с.

**6.**Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента t=0. задаётся формулой q = 3t2+t+2. Найти силу тока в момент времени t=3. *Решение.*

I = q’(t) ; I = (3t2+t+2)’= 6t+1

I(3) = 6 ×3 + 1 = 19

*Ответ:* 19.

**7.**Измерения величины заряда на обкладках конденсатора показали, что заряд q меняется со временем по закону q(t) = 3,05 +6,11t –

Время в секундах, заряд в микрокулонах. Найти закон изменения силы тока.

*Решение.*

I = q1(t); I = (3,05 + 6,11t –$\frac{0,8}{t+1}$) = 6,11 +$\frac{0,8}{(t+1)^{2}}$

*Ответ:* I = 6,11 + $\frac{0,8}{(t+1)^{2}}$

**8.** Пусть Q(T) – количество теплоты, которое необходимо для нагревания 1 кг.воды от 0о до To (по Цельсию). Известно, что в диапазоне O≤T≤95 формула Q(T) = 0,396T + 2,081 ×10 -3T2-5,024×10-7×T3 даёт хорошее приближение по истинному значению Q(T). Найти, как зависит теплоёмкость воды от температуры.

*Решение.*

С = Q1(T) C = (0,396T+2,081·10-3T2-5,024 ㆍ10-7ㆍT3)1= 0,396 + 2ㆍ2,081 ㆍ10-3ㆍT – 3 ㆍ5,024 ㆍ10-7ㆍT2= 0,396 +4,162 ㆍ10-3T – 15,072 ㆍ10-7T2

*Ответ:* 0,396 + 4,162 ㆍ10-3T – 15,072 ㆍ10-7T2

**9.** Зенитный снаряд выброшен вертикально вверх с начальной скоростью Vо. На какой высоте h он будет в момент t(вс.)? Определить скорость и ускорение движения снаряда. Через сколько секунд достигнет наивысшей точки и на каком расстоянии от поверхности земли он будет находиться?

*Решение.*

1. Так как S(t) = Vot – qt2/2, то V(t) = S1(t) и

V(t) = Vo − g(t) – скорость движения снаряда

a(t) = -g – ускорение движенияㆍ

2. Снаряд достигнет наивысшей точки, если V(t) =0 т.е. Vo−g(t)= 0, откуда gt=Vo, t= $\frac{V}{g}$,следовательно, через$\frac{V}{g}$секунд после начала движение снаряд достигнет наивысшей точки.

3. Найдём на каком расстоянии от поверхности он будет находиться

S($\frac{V}{g}$) = VoㆍV0ㆍ$\frac{V}{g}$ - $\frac{g}{2}$ㆍ$\frac{V^{2}}{g^{2}}$ = $\frac{V^{2}}{g}$ - $\frac{V^{2}}{2g}$ = $\frac{V^{2}}{2g}$

Ответ: через $\frac{ V}{g} $секунд. наибольшее удаление от поверхности земли$ \frac{V^{2}}{2g}$м

**10.** В какие моменты времени ток в цепи равен нулю, если количество электричества, протекающего через проводник. Задаётся формулой

q = t –√t + 1?

*Решение.*

I = q׳(t). I = (t- √t + 1)׳ =1 - $\frac{1}{2√t}$=$\frac{2\sqrt{t}-1}{2√t}$

I = 0;$\frac{2\sqrt{t}-1}{2√t}$ = 0, откуда следует, что t=0,25.

Ответ: в момент времени t= 0,25 ток в цепи равен 0.