Государственное бюджетное образовательное учреждение

среднего профессионального образования

Пермский политехнический колледж имени Н.Г. Славянова

Учебное занятие

**Численные методы интегрирования**

Пермь 2015

**Цели занятия:**

*образовательные:*

* способствовать развитию мыслительных операций: аналогия, систематизация, обобщение, наблюдение;
* формировать умения применять математические знания в практических задачах;
* способствовать поддержанию интереса к предметам математики;
* формировать умения трудиться;
* помочь осознать роль знаний в жизни и обучении;
* стимулировать самостоятельность;
* работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

*воспитательные:*

* научиться работать в микрогруппе;
* научиться принимать чужую точку зрения и отстаивать свою;
* научиться слушать своих товарищей;
* научиться защищать решение задачи.

**Задачи занятия:**

* познакомить с различными способами расчёта
* выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
* осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач

**Ход учебного занятия**

1. **Организационный момент**

Основная задача дифференциального исчисления заключается в следующем: дана функция , требуется найти ее производную. При этом если производная существует в каждой точке некоторого промежутка , то это также некоторая функция на такая, что . Однако часто приходится решать и обратную задачу. Для решения обратной задачи служит операция интегрирования.

Проект носит прикладной характер (практико-ориентированный).

1. **Объяснение нового материала**
   1. ***Постановка целей и задач занятия***
   2. ***Постановка проблемы***

Как вычислить определенный интеграл от функций, первообразные которых выражаются через элементарные функции очень сложно, что требует большой вычислительной работы и с практической точки зрения не рационально? Как решать прикладные задачи, используя правила приближенного численного интегрирования, в которых необходимо находить интегралы не только от функций, заданных формулами, но и от функций, заданных табличным способом?

Итогом работы будет сравнение результатов вычисления определенных интегралов различными способами и оценка погрешности этих вычислений.

**Гипотеза**: предположим, что различными методами численного интегрирования можно вычислять определенные интегралы сравнительно легко и решать прикладные задачи с небольшой погрешностью .

* 1. ***Организация деятельности***

Предполагается, проводить работу 3-мя группами.

1-я группа – работает над формулой приближенного интегрирования - формулой прямоугольников

***виды работ***

* Подобрать и изучить литературу по данной теме
* Проконсультироваться с преподавателями по данным вопросам
* Составить математическую модель прикладной задачи

2-я группа – работает над формулой приближенного интегрирования – формулой трапеций

***виды работ***

* Подобрать и изучить литературу по данной теме
* Проконсультироваться с преподавателями по данным вопросам
* Составить математическую модель прикладной задачи

3-я группа – работает над формулой приближенного интегрирования – формулой параболических трапеций ( формула Симпсона)

***виды работ***

* Подобрать и изучить литературу по данной теме
* Проконсультироваться с преподавателями по данным вопросам
* Составить математическую модель прикладной задачи
  1. ***Описание***

Под непосредственным интегрированием понимают такой способ интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств неопределенного интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам. Но вычислить интеграл непосредственным интегрированием удается далеко не всегда, а иногда это связано с большими трудностями. В этих случаях вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона – Лейбница либо невозможно, либо затруднительно, поэтому прибегают к различным методам приближенного интегрирования.

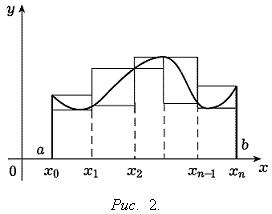
Вычислить интеграл точно по формуле Ньютона – Лейбница с целью оценки погрешности при приближенном вычислении этого же интеграла.

Все три группы одновременно вычисляют интеграл :

**Пример 1**

= .

**Блок 1**

**

Разделим интервал интегрирования на равных частей (частичных интервалов) и заменим данную трапецию ступенчатой фигурой, состоящей из прямоугольников, опирающихся на частичные интервалы, причем высоты этих прямоугольников равны значениям функции в начальных или конечных точках частичных интервалов. Значение площади этой фигуры и будет давать приближенное значение искомого интеграла .

Если обозначить значения функции в точках деления через , то будем иметь следующую формулу - формулу прямоугольников :

или

**Блок 2**

Оставим разбиение интервала прежним, но заменим теперь каждую дугу линии , соответствующую частичному интервалу . хордой, соединяющей конечные точки этой дуги. Таким образом, заменяем данную криволинейную трапецию прямолинейными. Площадь каждой трапеции, построенной на частичном интервале, равна полусумме площадей , соответствующих этому интервалу прямоугольников. Суммируя все эти площади, получим формулу трапеций :

**Блок 3**

Разобьем интервал на равных частей , но предположим, что – четное число: . Заменим дугу линии , соответствующую интервалу , дугой параболы, ось которой параллельна оси ординат и которая проходит через следующие три точки дуги: начальную точку дуги , среднюю точку , конечную точку . Площадь данной трапеции приближенно равна сумме площадей получающихся параболических трапеций и выражается формулой :

**1 группа**

Решает **пример 1** по формуле прямоугольников : при

Таблица расчетов :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
|  | 1 | 0,9615 | 0,8621 | 0,7353 | 0,6098 | 0,5 |

**2 группа**

Решает **пример 1** по формуле трапеций : при

Таблица расчетов :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
|  | 1 | 0,9615 | 0,8621 | 0,7353 | 0,6098 | 0,5 |

**3 группа**

Решает **пример 1** по формуле параболических трапеций : при

Таблица расчетов :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0 |  |  |  |  |
|  | 1 |  |  |  |  |

Занесем итоги расчета в таблицу и сравним:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | значение интеграла | абсолютная погрешность | относительная погрешность |
| формула Н-Л | 0,7854 |  |  |
| фор-ла прям-ков | 0,8337 |  | 6,1 % |
| фор-ла трапеций | 0,7837 |  |  |
| фор-ла Симпсона | 0,7854 | 0 | 0 |

= 6,1 %

Вывод : гипотеза о том, что с помощью формул численного интегрирования можно вычислять определенные интегралы подтвердилась. Однако, при одном и том же значении формула Симпсона дает лучшее приближение.

**Пример 2**

Вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона с точностью до 0,0001

**1 группа**  вычисляет интеграл при

Вычислить шаг :

Расчетная таблица :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  | -0,8 | -0,4 | 0 |
|  | 0,61172 | 0,57833 | 0,57735 |

**2 группа**  вычисляет интеграл при

Вычислить шаг :

Расчетная таблица :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | -0,8 | -0,6 | -0,4 | -0,2 | 0 |
|  | 0,611724 | 0,584981 | 0,578338 | 0,577381 | 0,57735 |

Оценим погрешность :

=

**3 группа**

Вычислить шаг :

Расчетная таблица :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | -0,8 | 0,611724 | 5 | -0,3 | 0,577584 |
| 1 | -0,7 | 0,594236 | 6 | -0,2 | 0,577381 |
| 2 | -0,6 | 0.584981 | 7 | -0,1 | 0,577351 |
| 3 | -0,5 | 0,589381 | 8 | 0 | 0,577350 |
| 4 | -0,4 | 0,578338 |  |  |  |

Оценим погрешность :

=

Полученная оценка погрешности меньше, чем требуемая точность.

Формула Симпсона дает практически точное вычисление определенного интеграла.

Приведенные правила численного интегрирования помогают решать прикладные задачи.

**Прикладная задача**

Ширина реки равна 20м; промеры глубины в некотором поперечном ее сечении через каждые 2м дали следующую таблицу :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|  | 0.2 | 0,5 | 0,9 | 1,1 | 1,3 | 1,7 | 2,1 | 1,5 | 1,1 | 0,6 | 0,2 |

Расстояние (в метрах) от одного из берегов обозначено через , соответствующая глубина реки ( также в метрах) – через Требуется найти площадь поперечного сечения реки.

По формуле Симпсона находим :

1. ***Представление результатов и их оценка***

Самостоятельная работа студентов:

Вариант 1

Вариант 2

Вариант 3

Вариант 4

Вариант 5

**Литература**

1. Пахомова Н.Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении : Пособие для учителей и студентов пед.вузов, - М:АРКТИ, 2005г.
2. Чечель И.Д Исследовательский проекты в практике обучения. «Практика административной работы в школе» , 6/2003 г.
3. Богомолов Н.В. практические задания по математике. М.:Высшая школа 1990.
4. Бермант А. Ф., Араманович И. Г. Краткий курс математического анализа для втузов. - М.: Наука, 1967.