Ф.И.О автора материала: **Дыда Татьяна Ивановна**

Место работы:  **МАОУ СОШ № 18, г. Армавир, Краснодарский край**

Должность: **Учитель математики**

**Обобщающее повторение в системе**

**подготовки к ГИА по математике**

**по теме:**

**«Арифметическая и геометрическая прогрессии».**

****

**Автор – составитель:**

**Дыда Т. И. – учитель математики**

**МАОУ СОШ № 18 г. Армавир**

**§ 1. Числовая последовательность.**

Справочный материал.

1. Если каждому натуральному числу **n** отнесено по некоторому закону число **x**, то говорят, что задана числовая последовательность**: , , , …, .**

Числа **,** называются членами последовательности, они не обязательно различны между собой. В некоторых случаях последовательность задаётся формулой её общего члена  **= f (n), n N.** Зная её, мы можем получить любой член последовательности. Для этого достаточно в правую часть формулы вместо **n** подставить номер искомого члена.

Например: = : 1, , , …, , … ;

= : 1; -1; 1; -1; …; 1; … ;

= 5 : 5; 5; 5; …; 5; … .

1. Последовательность называется **возрастающей**, если для всех **n, <** .

Последовательность называется **убывающей,** если для всех **n, > .**

Возрастающие и убывающие последовательности называются **монотонными.**

Например, последовательности монотонные: 1, , , …, , … ;

1, , , …, , …;

1, 4, 9, …, n², … .

Последовательности не монотонные: 1, - , , …, ,…;

1, 0, 3, 0,…, 2n – 1, 0, … .

**Замечание.** К монотонным последовательностям относятся также неубывающие (≤ )и невозрастающие последовательности (≥ ).

**Упражнения.**

1. а) Последовательность () задана формулой = .

Найдите , , , -

б) Последовательность () задана формулой = .

Найдите , , , .

**2.** Выпишите первые пять членов последовательности () и задайте эту последовательность формулой n-го члена, если = -10, = + 5, n ≥ 1.

**3.** Для каких членов последовательности () выполняется условие:

а) > 200, если = 2n – 5; б) ≤ 30, если = 3n – 100?

**4.** Составьте одну из возможных формул n - го члена последовательности:

а) 1, 4, 9, 16, 25, … ; в) 0, 3, 8, 15, …; д) 2, , ,,… ;

б) 2, -2, 2, -2, … ; г) , , , ,… ; е) 5, 0, 5, 0, 5, ….

**5.**  Изобразите последовательность (точками координатной прямой:

а)  **=**  + 1**;** в) = ;

б) = 1 - ; г) = · .

**6.** Последовательность ( задана формулой = - 3 · . Принадлежит ли этой последовательности число: ― 1875?

**7.** Дана последовательность общий член которой выражается формулой:

= (4n + 5) (n + 1). Докажите, что последовательность убывающая.

**8.** Является убывающей или возрастающей последовательность ),

если = ?

**9.** Последовательность задана формулой = 2n – . Какое из следующих чисел является членом этой последовательности?

1) 2; 2) 4 ; 3) 8 ; 4) 5 .

**10.** Последовательность задана формулой n-го члена. У какой из них следующий член больше предыдущего?

1) = ; 2) = ; 3) = ; 4) = 2 · .

**11.** Последовательность задана формулой = + 1. Какое из чисел является членом этой последовательности?

1) 4 ; 2) 6 ; 3) 5 ; 4) 3 .

**12.** Последовательность задана формулой = . Какое из этих чисел **не является** членом этой последовательности?

1) ; 2) ; 3) ; 4) .

**13.** В двух последовательностях, n-е члены которых выражаются формулами = n(n + 36) +7 и = n(5n + 9), найдите равные члены с одним и тем же номером.

**14.** Дана последовательность (), где n N. Выпишите 4-6 членов этой последовательности, изобразите их точками на координатной прямой и ответьте на вопросы: является ли эта последовательность возрастающей или убывающей, существует ли число, к которому члены последовательности неограниченно приближаются?

1) = -2n; 4) = 5n; 7) = ;

2) = · n; 5) =; 8) = 4 + ;

3) = ; 6) = + ; 9) = -2 + 3.

**15.** В последовательность = найдите расстояние от точки 2 до точки: ; ; .

**§ 2. Арифметическая прогрессия.**

Справочный материал.

1. Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предшествующему члену, сложенному с одним и тем же число, называется **арифметической прогрессией.**

Обозначается - **(): , , , …, , … .**

1. Разность между любым членом прогрессии и ему предшествующим равна одному и тому же числу, то есть  **- = - = … = - = … .** Это число называют **разностью** арифметической прогрессии и обозначают

буквой **d.**

1. Для того чтобы задать арифметическую прогрессию **(),** достаточно знать её первый член и разность **d.**
2. Приведём примеры арифметических прогрессий:

-1; 5; 11; 17; 23; 29; …; здесь = -1, d = 5 – (-1) =11 - 5 = 17 – 11 = 6;

17; 14; 11; 8; 5; 2; -1; - 4; …; здесь = 17, d = 14 – 17 = 11 – 14 = -3;

8; 8; 8; 8; 8; 8; …; здесь = 8, d = 8 – 8 = 0.

1. Если **d > 0**, то прогрессия **возрастающая**;

если **d < 0**, то прогрессия **убывающая**;

если **d = 0**, то прогрессия **постоянная** последовательность.

1. Последовательность () является арифметической прогрессией тогда и только тогда, когда её любой член, начиная со второго, является средним арифметическим предшествующего и последующего членов,

то есть:  **= , где n N.**

1. Формулы n-го члена арифметической прогрессии имеют вид:

**= + d** и  **= + d(n – 1) -** основные формулы.

1. Формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии имеют вид:

**= · n** и  **= · n**

1. Сумма членов, равноудалённых от концов прогрессии, есть величина постоянная, то есть  **+ = + = … .**

**Упражнения с решениями.**

**Задача 1.** Найти пятнадцатый член арифметической прогрессии

: 3; 7; 11; … .

Решение.

В прогрессии (): = 3, = 7, = 11, n = 15.

Разность арифметической прогрессии d = - ; d = 7 - 3 = 4.

По формуле  **= + d(n – 1),**   **=**  + 14d = 3 + 4 · 14 = 59.

Ответ: = 59.

**Задача 2.** В арифметической прогрессии () известно, что = 3, d = 4. Найдите .

Решение.

По формуле  **= · n** , имеем = · 20 = · 20 = 820.

Ответ: = 820.

**Задача 3.** Между числами 17 и 32 вставить пять таких чисел, чтобы они вместе с данными числами составили арифметическую прогрессию.

Решение.

Имеем прогрессию: 17; ; ; ; ; ; 32, значит = 17, = 32. Задача сводится к определению разности прогрессии по формуле

**= + d(n – 1),**  = + d · 6; 32 = 17 + 6d; d = (32 – 17) : 6 = 2,5.

= + d = 17 + 2,5 = 19,5;

= + d = 19,5 + 2,5 = 22; = + d = 24,5 + 2,5 = 27;

= + d = 22 + 2,5 = 24,5; = + d = 27 + 2,5 = 29,5.

Запишем прогрессию: 17; 19,5; 22; 24,5; 27; 29,5; 32.

Ответ: 17; 19,5; 22; 24,5; 27; 29,5; 32.

**Задача 4.**  Разность арифметической прогрессии равна 4, сумма первых семи членов равна 105. Найти первый и седьмой члены прогрессии.

Решение.

Известно, что = 105, d = 4.

По формуле  **= + d(n – 1),**  = + 4 · 6; - = 24.

По формуле **= · n ,**  105 =  **·** 7;  + = 30.

Составим и решим систему уравнений

Сложим почленно оба равенства, получим 2 = 54, = 27, тогда = 27 – 24 = 3.

Ответ: = 3, = 27.

**Задача 5.** Найдите первый положительный член арифметической прогрессии -10,2; -9,5; …

Решение.

Итак, = -10,2; = -9,5. Тогда d = - = -9,5 – (-10,2) = 0,7.

По формуле  **= + d(n – 1),**  = -10,2 + 0,7 (n – 1),

= -10,2 + 0,7n – 0,7 = 0,7n – 10,9.

По условию > 0, тогда 0,7n – 10,9 > 0, 0,7n > 10,9; n > 15 .

Но n N и > 0, таким образом первый положительный член арифметической прогрессии = + d · 15; = -10,2 + 0,7 · 15 = 0,3.

Ответ: = 0,3.

**Задача 6.** Какое наибольшее число последовательных нечётных чисел, начиная с 1, можно сложить, чтобы получившаяся сумма осталась меньше 400?

Решение.

Последовательные нечётные числа, начиная с 1, образуют арифметическую прогрессию, у которой = 1, d = 2.

Сумма n первых членов арифметической прогрессии:  **= · n,**  тогда для заданной арифметической прогрессии:  **=**  · n =

· n = . По условию задачи < 400, т. е. < 400, – 400 < 0,

(n – 20) (n + 20) < 0. Решим неравенство, получим -20 < n < 20. Так как по условию n N, то n > 20, но и n ≥ 1, то получаем 1 ≤ n ≤ 19.

Ответ: 19 последовательных нечётных чисел, начиная с 1.

**Задача 7.** Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена = 3n + 4. Найдите сумму членов этой арифметической прогрессии с восьмого по сорок третий включительно.

Решение.

По условию = 3n + 4. Тогда = 7, = 10, d = - =10 – 7 = 3. Сумма членов прогрессии с восьмого по сорок третий включительно находится как разность сумм - . По формуле  **= · n,**

= · 43 = 3010,

= · 7 = 112. Искомая разность равна 3010 – 112 = 2898.

Ответ: 2898

**Задача 8.**  Найдите сумму всех чётных натуральных чисел, не превосходящих 241, которые не делятся на 10.

Решение.

Пусть S – искомая сумма, - сумма всех чётных натуральных чисел, которые не превосходят 241; - сумма всех чётных натуральных чисел, которые делятся на 10 и не превосходят 241; тогда S = - .

Найдём : = · 120 = 14520. Последовательность чисел, кратных 10 и не превосходящих 241, представляет арифметическую прогрессию, у которой = 10, = 240. Найдём число членов этой прогрессии. Так как она задаётся формулой = 10n, то 10n = 240, n = 24.

Найдём : = · 24 = 3000. Итак, S = 14520 – 3000 = 11520.

Ответ: S = 11520.

**Дидактический материал.**

1. Дана арифметическая прогрессия (). Зная три числа из пяти (, d, n, , ), найдите два остальные:

а) Дано: = 7, d = 4, n = 13. Найдите , .

б) Дано: = 2, d = 2, n = 40. Найдите , .

в) Дано: = 56, d = -3, n = 11. Найдите , .

г) Дано: = 2, = 87, = 81. Найдите d, n.

д) Дано: = 21, n = 7, = 105. Найдите , d.

е) Дано: = 10, d = 4, = 50. Найдите n, .

ж) Дано: = 10, d = 4, = 330. Найдите: n, .

**2.** а) Найдите пятнадцатый член и сумму пятнадцати членов арифметической прогрессии: 2; 5; 8; … .

б) Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если = 25, = -3.

в) Сколько нужно взять членов арифметической прогрессии, чтобы сумма их равнялась 54, если = 9, = - 6?

г) В арифметической прогрессии () известно, что = - 1,5; = .

Найдите + .

д) Найдите сумму членов с третьего по десятый включительно арифметической прогрессии: -3; -1; … .

е) Сумма трёх первых членов арифметической прогрессии (равна 6, = 5. Найдите и разность прогрессии.

**3.** а) Какое из следующих чисел является членом арифметической прогрессии:

6; 12; 18; 24; …?

1. 303, 2) 109, 3) 106, 4) 96.

б) Какое из чисел является членом арифметической прогрессии: 3; 6; 9; 12; …?

1) 83, 2) 95, 3) 100, 4) 102.

**4.** Какая из следующих последовательностей является арифметической прогрессией?

а) Последовательность натуральных степеней числа 2.

б) Последовательность натуральных чисел, кратных 7.

в) Последовательность квадратов натуральных чисел.

г) Последовательность чисел, обратных натуральным.

**5.** В арифметической прогрессии = 5, = 7. Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии.

**6.** а) Сумма + = 14. Найдите сумму первых двенадцати членов этой прогрессии.

б) Сумма + = - 8. Найдите сумму первых двенадцати членов этой прогрессии.

**7.** Космический корабль за 1 секунду проходит 50м, а за каждую следующую секунду на 80м больше, чем за предыдущую. Сколько метров он пройдёт с 10-й по 15-ую секунды включительно?

**8.** а) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена = 3n + 5. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с десятого по сорок пятый включительно.

б) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена = 2n + 3. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с двенадцатого по сорок пятый включительно.

в) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена = 3n + 2. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с нечётными номерами, меньшими 50.

**9.** а) Сколько отрицательных членов в арифметической прогрессии:

-38,5; -35,8; …?

б) Сколько положительных членов в арифметической прогрессии:

96,4; 91,8; … .

в) Найдите первый отрицательный член арифметической прогрессии:

12,5; 11,2; … .

г) Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии:

-7,1; - 6,3;… .

д) Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии: 6,3; 5,8; … .

е) Какое наименьшее число последовательных нечётных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы получившаяся сумма оказалась больше 900?

**10.** а) Найдите сумму всех натуральных чисел, которые делятся на 9 и не превосходят 400.

б) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 170, которые делятся на 6.

**11.** а) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой =7, = 13,

= 17?

б) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой = 8, = -7,

= -17?

**12.** а) Найдите сумму арифметической прогрессии, если + = 24, · = 60.

б) Сумма второго, четвёртого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 120. Найдите первый член прогрессии.

**13.** а) В угловом секторе стадиона в первом ряду 7 мест, а в каждом следующем

на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в 26 ряду?

б) На первую клетку шахматной доски положили 1 зерно, а на каждую следующую на 2 зерна больше, чем на предыдущую. Сколько зёрен положили на последнюю клетку?

**14.** а) Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии:

22,7; 21,4; …

б) Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии:

-15,1; -14,4; …

**15.** Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии (), если

+ + + = 20.

**16.** Найдите суммувсех двузначных натуральных чисел.

**Проверочная работа.**

Вариант 1.

1. Последовательность задана формулой = 5n + 4. Найдите:

а) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) номер члена последовательности, равного 109: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии = 3, = -5. Запишите формулу общего члена.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. В арифметической прогрессии ( = - 2, d = 10, = 478. Найдите **n.** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
3. В арифметической прогрессии ( = 6, d = - 4. Найдите:

а) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Шар, скатывающийся по наклонному желобу, в первую секунду проходит 0,4м, а в каждую последующую секунду на 0,4 больше, чем в предыдущую. Сколько времени будет двигаться шар по четырёхметровому желобу? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. Найдите и d арифметической прогрессии с положительными членами, если:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии: - 63; -58; -53; … , найдите сумму всех отрицательных чисел.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии первый член равен 3, третий 7. Найдите разность между 61-м и 32-м членами этой арифметической прогрессии.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. При каком значении **х** данные числа образуют арифметическую прогрессию?

а) 2х + 3; 5х + 2; 10х + 5: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) 3 + 6; + 4; 3 + 3х + 1: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**10.** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые делятся на 5: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Вариант 2.

1. Последовательность задана формулой = 6 - 4n. Найдите:

а) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) номер члена последовательности, равного ―242:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии = -5, = 2. Запишите формулу общего члена.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии ( = 2, d = 4, = - 42. Найдите **n.** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. В арифметической прогрессии ( = 3, d = - 2. Найдите:

а) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Шар, скатывающийся по наклонному желобу, в первую секунду проходит 0,5м, а в каждую последующую секунду на 0,5 больше, чем в предыдущую. Сколько времени будет двигаться шар по пятиметровому желобу? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
2. Найдите и d арифметической прогрессии с положительными членами, если:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии: - 9,6; - 8,3; -7; … , найдите сумму всех отрицательных чисел.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. В арифметической прогрессии первый член равен 5, пятый 7. Найдите разность между 79-м и 42-м членами этой арифметической прогрессии.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. При каком значении **х** данные числа образуют арифметическую прогрессию?

а) 3х - 8; 5х + 4; 6х + 2: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) 3 - 8; 7 - 3; 9 - 3х + 7: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 8: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**ТЕСТЫ.**

Вариант 1.

1. Из следующих чисел выберите то, которое не является членом арифметической прогрессии: = -3n + 7.

А) - 8; Б) - 14; В) - 23; Г) 10.

**2.** Дана арифметическая прогрессия: ―3,2; 1; … .

Найдите пятый член этой прогрессии.

А) 12,8; Б) 16,6; В) 13,6; Г) 14,2.

**3.** В арифметической прогрессии (): = 32,2; = 7,8. Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии

А) 32,2; Б) 204; В) 160; Г) 96.

**4.** В арифметической прогрессии (): = - 2,4; d = 1,5.

Найдите сумму первых шести членов этой прогрессии.

А) -8,1; Б) 7,2; В) 8,1; Г) 16,2.

**5.** Второй и десятый члены арифметической прогрессии равны: 38 и ―18 соответственно. Найдите пятнадцатый член прогрессии.

А) - 48; Б) - 53; В) - 63; Г) - 57.

**6.** Сумма третьего и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна ―14,8. Найдите седьмой член этой прогрессии.

А) - 12,4; Б) - 7,4; В) - 8,6; Г) -10,2.

**7.** Найдите первыйотрицательный член арифметической прогрессии, заданной формулой **n**-го члена: = 204 - 15n.

А) - 8; Б) - 6; В) - 4; Г) - 9.

**8.** Найдите разность арифметической прогрессии **d**, если - = 58,4.

А) 7,3; Б) 8,4; В) 6,8; Г) 8,3.

**9.** Третий член арифметической прогрессии равен 17.

Найдите сумму первый пяти членов арифметической прогрессии.

А) 85; Б) 65; В) 77; Г) 95.

**10.** Сумма пятого и девятнадцатого членов арифметической прогрессии

равна 14,6. Найдите сумму первых двадцати трёх членов этой прогрессии.

А) 189,4; Б) 167,9; В) 153,6; Г) 190,9.

**11.** Разность четырнадцатого и пятого членов арифметической прогрессии

равна 18, а сумма пятого и второго членов этой прогрессии равна 2.

Найдите сумму первых пятнадцати членов этой прогрессии.

А) 150; Б) 148; В) 136; Г) 102.

Вариант 2.

1. Из следующих чисел выберите то, которое не является членом арифметической прогрессии: = 2 + 3.

А) 29; Б) 5; В) 20; Г) 14.

**2.** Дана арифметическая прогрессия: 27; 24; … .

Найдите двадцать первый член этой прогрессии.

А) - 46; Б) - 33; В) 12; Г) -18.

**3.** В арифметической прогрессии (): = 46,7; = 3,3. Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии

А) 240; Б) 180; В) 260; Г) 250.

**4.** В арифметической прогрессии (): = - 6,3; d = 1,2.

Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.

А) 12; Б) -12,8; В) 14,6; Г) - 16,8.

**5.** Третий и восьмой члены арифметической прогрессии равны: 27 и ―18 соответственно. Найдите тринадцатый член прогрессии.

А) -38; Б) - 45; В) - 53; Г) -43.

**6.** Сумма пятого и тринадцатого членов арифметической прогрессии

равна ―19,6. Найдите девятый член этой прогрессии.

А) - 9,8; Б) - 10,2; В) - 8,8; Г) - 12,3.

**7.** Найдите первыйположительный член арифметической прогрессии, заданной формулой **n**-го члена: = 16n - 209.

А) 12; Б) 15; В) 21; Г) 19.

**8.** Найдите разность арифметической прогрессии **d**, если - = 25,2.

А) 2,8; Б) 6,4; В) 4,8; Г) 5,3.

**9.** Девятый член арифметической прогрессии равен 9.

Найдите сумму первый семнадцати членов арифметической прогрессии.

А) 146; Б) 163; В) 153; Г) 172.

**10.** Сумма четвёртого и двадцать первого членов арифметической прогрессии равна 17,5. Найдите сумму первых двадцати членов этой прогрессии.

А) 193,5; Б) 144,5; В) 210; Г) 175,5.

**11.** Разность двенадцатого и шестого членов арифметической прогрессии

равна 24, а сумма шестого и третьего членов этой прогрессии равна 4.

Найдите сумму первых четырнадцати членов этой прогрессии.

А) 148; Б) 196; В) 204; Г) 162.

**Самостоятельная работа. Формула n-го члена**

Вариант 1. Уровень А.

1. Составьте формулу **n**-го члена арифметической прогрессии **()** и

найдите , если = 3,6; d = - 0,6.

1. Найдите разность арифметической прогрессии **(),** если = -1,6;

= - 3,7.

1. Найдите первый член арифметической прогрессии **(),** если = 15;

= - 18,6.

1. Дана арифметическая прогрессия: - 25; - 21; … . Определите под каким номером в эту прогрессию входит число 3.

Уровень Б.

1. Дана арифметическая прогрессия: - 16,5; - 14,3; … . Найдите двадцать первый член и разность арифметической прогрессии.
2. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии **(),**

если = 2,6; = 8,9.

1. Найдите номер члена арифметической прогрессии **()** равного 62, если

= - 6; d = 4.

1. Арифметическая прогрессия задана формулой: = 19n – 106. Найдите первый положительный член прогрессии.

Уровень В.

1. Бригада изготовила в январе 48 деталей, а в каждый следующий месяц изготовляла на 7 деталей больше, чем в предыдущий. Сколько деталей изготовила бригада в декабре?
2. Найдите пятнадцатый член арифметической прогрессии **(),** если = -7,2; = 1,2.
3. Между числами 2,6 и ―10,2 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили арифметическую прогрессию.
4. Найдите значения **х,** при которых числа : х – 1; 4х – 3; + 1 составляют арифметическую прогрессию.

**Вариант 2.** Уровень А.

1. Составьте формулу **n**-го члена арифметической прогрессии **()** и

найдите , если = - 5,1; d = 0,4.

1. Найдите разность арифметической прогрессии **(),** если = 5,3; = 1,8.
2. Найдите первый член арифметической прогрессии **(),** если = 18;

= 26,8.

1. Дана арифметическая прогрессия: 43; 40; … . Определите под каким номером в эту прогрессию входит число 1.

Уровень Б.

1. Дана арифметическая прогрессия: 24,6; 23,1; … . Найдите двадцать первый член и разность арифметической прогрессии.
2. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии **(),**

если = - 0,7; = 8,9.

1. Найдите номер члена арифметической прогрессии **()** равного 66,

если = - 4; d = 7.

1. Арифметическая прогрессия задана формулой: = 121 - 9n. Найдите первый отрицательный член прогрессии.

Уровень В.

1. Мастерская выполнила в январе 36 заказов, а в каждый последующий месяц увеличивала производительность на 12 заказов. Сколько заказов выполнила мастерская в октябре месяце?
2. Найдите пятнадцатый член арифметической прогрессии **(),**

если = 3,8; = 7, 3.

1. Между числами ―16,5 и 61 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили арифметическую прогрессию.
2. Найдите значения **х,** при которых числа : х + 1; 2х + 1; - 3 составляют арифметическую прогрессию.

**Самостоятельная работа. Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.**

Вариант 1. Уровень А.

1. Найдите сумму двенадцати первых членов арифметической прогрессии:

- 9; - 4; … .

1. В первый день магазин продал 27кг яблок, а в каждый следующий день продавал на 3кг яблок больше, чем в предыдущий. Сколько яблок продал магазин за 10 дней?
2. Найдите сумму натуральных чисел, не превосходящих 50.
3. Дана арифметическая прогрессия **(),** где = 6n – 2. Найдите сумму её членов с восьмого по восемнадцатый включительно.

Уровень Б.

1. Найдите сумму пятнадцати первых членов арифметической прогрессии **(),** если = 5n + 3.
2. Найдите сумму девяти первых членов арифметической прогрессии **()**, если = -5; = -3, 4.
3. Найдите сумму чётных чисел не превосходящих 50.
4. При каком значении **х** числа х + 3; 2х – 1 и - 3 образуют положительную арифметическую прогрессию?

Уровень В.

1. В арифметической прогрессии 48; 44; … найдите сумму всех её положительных членов.
2. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, кратных 5.
3. Найдите и **d** арифметической прогрессии, в которой
4. В арифметической прогрессии **()** : = 18. Найдите
5. Найдите сумму: - + - + - + … + - + - .

Вариант 2. Уровень А.

1. Найдите сумму двенадцати первых членов арифметической прогрессии:

26; 20; … .

1. За первую секунду движения тело прошло 22м, а в каждую последующую проходило на 4м больше, чем в предыдущую. Найдите путь, пройденный телом за 8 секунд.
2. Найдите сумму натуральных чисел, не превосходящих 60.
3. Дана арифметическая прогрессия **(),** где = 3n + 4. Найдите сумму её членов с восьмого по восемнадцатый включительно.

Уровень Б.

1. Найдите сумму пятнадцати первых членов арифметической прогрессии **(),** если = 6n - 5.
2. Найдите сумму девяти первых членов арифметической прогрессии **(),** если = 8; = 10,6.
3. Найдите сумму нечётных чисел не превосходящих 50.
4. При каком значении **х** числа х + 1; 3х + 5 и + 3 образуют положительную арифметическую прогрессию?

Уровень В.

1. В арифметической прогрессии -72; - 66; … найдите сумму всех её отрицательных членов.
2. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, кратных 9.
3. Найдите и d арифметической прогрессии, в которой
4. В арифметической прогрессии **()** : = 24. Найдите
5. Найдите сумму: - + - + - + … + - + - .

**Контрольная работа.**

**Арифметическая прогрессия.**

Вариант 1.

1. В арифметической прогрессии = 8n – 5. Найдите , .
2. В арифметической прогрессии = - 5, = 2. Напишите формулу общего члена прогрессии и найдите .
3. В арифметической прогрессии (), найдите сумму первых двадцати членов, если = - 1, = 1.
4. Найдите сумму членов с третьего по десятый включительно арифметической прогрессии (): - 3; - 1; … .
5. Сумма четвёртого и десятого членов арифметической прогрессии равна 6, а их произведение равно 8. Найдите сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

Вариант 2.

1. В арифметической прогрессии = 16 – 5n. Найдите , .
2. В арифметической прогрессии = 6, = - 1. Напишите формулу общего члена прогрессии и найдите .
3. В арифметической прогрессии (), найдите сумму первых двадцати членов, если = 8, = 2.
4. Найдите сумму членов с третьего по девятый включительно арифметической прогрессии (): 2; 7; … .
5. Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 6, а их произведение равно . Найдите сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

Вариант 3.

1. В арифметической прогрессии = 3n + 4. Найдите , .
2. В арифметической прогрессии = 3, = - 2. Напишите формулу общего члена прогрессии и найдите .
3. В арифметической прогрессии (), найдите сумму первых двадцати членов, если = 7, = 11.
4. Найдите сумму членов с пятого по шестнадцатый включительно арифметической прогрессии (): 4; 7; 10; … .
5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 202.

Вариант 4.

1. В арифметической прогрессии = 3n + 4. Найдите , .
2. В арифметической прогрессии = 15, = 9. Напишите формулу общего члена прогрессии и найдите .
3. В арифметической прогрессии (), найдите сумму первых тридцати членов, если = 6, = 2.
4. Найдите сумму членов с четвёртого по двенадцатый включительно арифметической прогрессии (): 3; 1; - 1; … .
5. Найдите сумму первых шестнадцати чётных натуральных чисел.

**§ 3. Геометрическая прогрессия.**

Справочный материал.

1. Числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый член, начиная со второго, равен предшествующему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число, называется **геометрической прогрессией.**
2. Обозначают **()** : , , , …, , … .
3. Отношение любого её члена к предшествующему равно одному и тому же числу, т. е. **: = : = … = : = : = …** . Это число называют **знаменателем** геометрической прогрессии и обозначают буквой **q.**
4. Для того чтобы задать геометрическую прогрессию **(),** достаточно знать её первый член и знаменатель **q.**
5. Если **q > 1, > 0**, то геометрическая прогрессия является **возрастающей;**

если **0 < q < 1** и  **> 0**, то геометрическая прогрессия является **убывающей;**

если **q = 1**, то имеем **постоянную** последовательность;

при **q < 0** – геометрическая прогрессия **не является монотонной.**

1. Например:

1; 3; 9; 27; … , здесь q = 3, = 1> 0 – прогрессия возрастающая;

1; ; ; ; …, здесь q = , = 1> 0 – прогрессия убывающая;

2; 2; 2; 2; …, здесь q = 1, то имеем постоянную последовательность;

1; - 2; 4; - 8; …, здесь q = - 2, последовательность не монотонная.

1. Последовательность **()** является геометрической тогда и только тогда, когда каждый её член, начиная со второго, есть среднее геометрическое соседних с ним членов, т. е.  **2  = · ,** где **n N, n ≥ 2.**
2. Формулы **n-**го члена геометрической прогрессии:

**= · q** и  **= · .**

1. Произведение членов, равноотстоящих от концов прогрессии есть величина постоянная:  **· = · = … .**
2. Формулы суммы **n** первых членов геометрической прогрессии:  **=** , **(q 1)** и  **= , (q 1).**
3. Бесконечная геометрическая **, , , …, , … ,** прогрессия знаменатель которой **|q| < 1,** называется бесконечной геометрической прогрессией. Если **|q| < 1,** то члены бесконечной геометрической прогрессии стремятся к нулю, когда их номера неограниченно возрастают.
4. Под суммой **S** бесконечной геометрической прогрессии , , , …, , … , у которой |q| < 1, понимают предел последовательности (), где = ,

= + , = + + ; … ; = + + + … + . При этом имеет место равенство: **S = ,** при **|q| < 1.**