**МОУ ЮЛОВСКАЯ ОСНОВНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА**

 **ИНЗЕНСКОГО РАЙОНА УЛЬЯНОВСКОЙ ОБЛАСТИ**

**УРОК- ЛЕКЦИЯ
 ПО АЛГЕБРЕ**

**( 9 КЛАСС)**

 **ПО ТЕМЕ:**

**« ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ**

**ПРОГРЕССИЯ».**

 **ВЫПОЛНИЛА**

 **УЧИТЕЛЬНИЦА
 МАТЕМАТИКИ**

 **Н.И. ЗУБКОВА.**

**УРОК – ЛЕКЦИЯ**

**ПО АЛГЕБРЕ ( 9 класс )**

 **ПО ТЕМЕ: «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ»**

**( 2 УРОКА)**

**ЦЕЛЬ УРОКА:**

 1.Расширить знания учащихся о последовательностях, о прогрессиях.

Ввести понятие геометрической прогрессии, рассмотреть свойства ее членов. С доказательством ввести формулу \_*п*-го члена прогрессии, формулы суммы *п* первых членов прогрессии. Ввести понятие бесконечной убывающей геометрической прогрессии и формулу суммы ее членов.

 2. Способствовать формированию у учащихся логического мышления; вычислительных навыков; внимания и аккуратности при применении определения и формул *п*-го члена и суммы *п* первых членов геометрической прогрессии; самостоятельности. Вызвать интерес у учащихся к математике.

 3. Способствовать формированию у учащихся умений выделять из представленных последовательностей геометрическую прогрессию, уметь выполнять вывод и применять при решении задач формулы *п*-го члена и формул суммы *п* членов геометрической прогрессии.

**ПЛАН УРОКА:**

1. **Организационный момент.**
2. **Постановка цели урока перед учащимися**.
3. **Изучение нового материала и его закрепление.**

*3.1.Определение геометрической прогрессии*

*3.2.Вывод формулы п-го члена геометрической прогрессии.*

*3*.3*.Вывод формулы суммы n- первых членов геометрической прогрессии.*

*3.4. Определение бесконечной геометрической прогрессии.*

*3.5. Вывод формулы суммы бесконечной геометрической прогрессии*

*при | g|<1.*

*3.6. Сообщение ученика.*

**4. Подведение итогов урока.**

 **5. Домашнее задание.**

 **6. Литература.**

**ХОД УРОКА.**

1.**Организационный момент.**

**2.Постановка цели урока перед учащимися**.

Научиться выделять среди всех последовательностей

геометрическую прогрессию и ее свойства, решать задачи по теме.

**3.Изучение нового материала и его закрепление.**

**3.1.ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.**

ЗАДАЧА.

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении первой минуты одна из них делится на две. Запишите колонию, рожденную одной бактерией за семь минут.(см. рисунок).

**.**

**. .**

**. . . .**

**. . . . . . . .**

**1***). Выпишите последовательность в соответствии с условием задачи.*

1;2;4;8;16;32;64.

или (bп) - последовательность,

 b1 =1; b2=2; b3=4; b4=8; b5=16; b6 =32; b7 =64;

*2) Найдите частное от деления последующего члена на предыдущий член.*

b3 : b2 =4 : 2=2 ;

b4 : b3 =8 : 4=2;

b5 : b4 = 16 : 8=2; и т.д.

|  |
| --- |
| **bп+1: b п =** $g$ |

***g* -знаменатель прогрессии.**

$g$ **= b2:b1= b3:b2=b4:b3=…= bп+1: b п**

*3).Задайте эту последовательность с помощью рекуррентной формулы.*

b2 = 2b1

b3= 2 b2

 b4= 2b3…..

bп+1 = $g$ b п

**УЧИТЕЛЬ:** Такую последовательность в математике называют геометрической прогрессией.

*4) Формулировка определения геометрической прогрессии.*

 Учащиеся пытаются дать определение геометрической прогрессии, а учитель помогает им.

*5) Работа с учебником.*

 Учащиеся находят правило в учебнике, один из учащихся

 читает определение вслух, учитель обращает внимание

 учащихся на то, что в определение сказано «члены отличные

 от нуля». Как вы думаете почему?

*6).Найдите среднее геометрическое чисел 2 и 8; 4и 16; 8и 32;16и 64.*

$\sqrt{2\*8}$**=4**

$\sqrt{4\*16}$ **=8**

$\sqrt{8\*32}$ **= 16**

$\sqrt{16\*64}$ **=32**

$\sqrt{ b\_{n-1}\*b\_{n+1}}$= bn

Из равенства $ g$ = b2:b1= b3:b2=b4:b3=…= bп: b п-1 = bп+1: b п

 получим bп: b п-1 = bп+1: b п или b 2п = b п-1 \* bп+1 , то

|  |
| --- |
| $\sqrt{ b\_{n-1}\*b\_{n+1}}$= bn |

**ВЫВОД: *Каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами прогрессии. Отсюда и произошло название прогрессии.***

 7) Найдите произведение 1 и 7 членов, 2 и 6 членов, 3 и 5 членов геометрической прогрессии и сравните результаты.

b1\*b 7  = 1 \* 64=64

b2\*b 6  = 2 \* 32=64

b3\*b5  = 4 \*16=64

**Вывод: b1⋅bп = b2⋅bп-1 = b3⋅bn – 3 = … , т.е. произведение членов, равноудаленных от концов прогрессии, есть величина постоянная**.

**ЗАДАЧА.1.** Дано: ( bn )-геометрическая прогрессия, b1 =3, $g$ =2.

 Найти: первые пять членов прогрессии.

 Решение:

b2 = b1\* *g* = 3\*2=6

b3 = b2\* *g* =6\*2=12

b4 = b3\* *g* =12\*2=24

b5 = b4\* *g* =24\*2=48

Ответ: 3; 6;12;24;48.

***3.2.ВЫВОД ФОРМУЛЫ П-ГО ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.***

**(** bn**)-**геометрическая прогрессия **,** b1 , g.

b2 = b1\* *g*

b3 = b2\* *g* = b1\* *g*\* *g* = b1\* *g*2

b4 = b3\* *g* = b1\* *g*2 \* *g* = b1\* *g*3

b5 = b4\* *g* = b1\* *g3 \* g* = b1\* *g*4

**…………………………………………….**

b n = b1\* *g*n-1

|  |
| --- |
| b n = b1*\* g*n-1 |

- **формула *п-го* члена геометрической прогрессии.**

**ЗАДАЧА.2.** Дано: ( bn)-геометрическая прогрессия, b1 =8 , $g$ =$\frac{1}{2}$.

 Найти: , b6

 Решение:

b n = b1\* *g*n-1

b 6 = b1\* *g*6-1

b 6 = 8\*( $\frac{1}{2}) $5 = 8\* $\frac{1}{32}$ = $\frac{1}{4}$ .

Ответ: b 6 = $\frac{1}{4}$ .

***3.3.ВЫВОД ФОРМУЛЫ СУММЫ n- ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.***

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА 1.**

Однажды незнакомец постучал в окно к богатому купцу и предложил такую сделку: « Я буду ежедневно в течение 30 дней приносить тебе по 100 000 рублей. А ты мне в первый день за 100 000 рублей дашь 1копейку, во второй день за 100 000 рублей – 2копейки и так каждый день будешь увеличивать предыдущее число денег в два раза. Если выгодна сделка тебе, то с завтрашнего дня и начнем». Купец обрадовался такой сделке. Он подсчитал, что за 30дней получит от незнакомца 3 000 000 рублей. На следующий день они пошли к нотариусу и узаконили сделку. Кто в этой сделке проиграл?

**Учитель:** В этой задаче дана последовательность 1,2,4,8,16,32,64,128,256, ...,которая является геометрической прогрессией. Надо найти сумму тридцати первых членов этой геометрической прогрессии.

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА.2.**

 По преданию, индийский принц Сирам, восхищенный остроумием игры и разнообразием возможных положений шахматных фигур, позвал к себе ее изобретателя ученого Сету и сказал ему: « Я желаю достойно вознаградить тебя за эту прекрасную игру. Я достаточно богат, чтобы исполнить любое твое желание». Сета попросил принца положить на первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, на вторую- 2зерна, на третью-4зерна и т. д. Сможет ли принц расплатиться с ученым?

**Учитель:** В этой задаче дана последовательность 1,2,4,8,16,…, которая является геометрической прогрессией. Надо найти сумму 64-х первых членов этой геометрической прогрессии.

**(** bn**) -**геометрическая прогрессия **,** b1 , g.

Sn - сумма п первых членов геометрической прогрессии

Sn =b1 + b2 + b3 + b4 + b5+… + bn-1  + bn

 Sn \* *g* =b1\**g+ b2\*g + b3 \*g+ b4 \*g + b5 \*g+… + bn-1  \*g+ bn\*g*

Sn \**g=* *b2 + b3 + b4 + b5+… + bn  + bn \*g*

Sn \**g - Sn  = bn \*g - b1*

Sn  (*g-1) = bn \*g - b1*

Sn  = $ \frac{ b\_{n} \*g - b\_{1}}{g-1}$

|  |
| --- |
| Sn  = $ \frac{ b\_{n} \*g - b\_{1}}{g-1}$ |

 **формула суммы *п* первых членов геометрической прогрессии**.

b n = b1\* *g*n-1

Sn  = $ \frac{ b\_{n} \*g - b\_{1}}{g-1}$

Sn = $ \frac{b\_{1 } \* g^{n-1}g - b\_{1}}{g-1}$

 Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1} $

|  |
| --- |
|  Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1} $ |

 **формула суммы *п* первых членов геометрической прогрессии.**

**Учитель:** Вернемся к предложенным задачам –проблемам **.**

К задаче 1.

S30  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1}=\frac{1\*( 2^{30}-1) }{2-1} $ = $ 2^{30}-1$ =1073741824 -1 = 1 073 741 823 ( коп)

К задаче 2.

S64 = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1}= \frac{1\*( 2^{64}-1) }{2-1} $ = $ 2^{64}-1$ = 18 446 744 073 709 551 615 $≈$ 18,5 \*1018

Если бы принцу удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности земли, считая и моря и океаны и горы и пустыни и Арктику и Антарктику и получить удовлетворительный урожай, то за пять лет он бы смог рассчитаться с изобретателем шахмат.

**Задача 3 .** Дано: ( bn)-геометрическая прогрессия, b1 =8 , $g$ =$\frac{1}{2}$.

 Найти: S5.

 Решение:

Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1} $

S5  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{5}-1\right) }{g-1} $

S5  = $\frac{8\left(( \frac{1 }{2 })^{5}-1\right) }{\frac{1}{2}-1} $=8\* ( - $\frac{31}{32}$) \* ( -$\frac{2}{1}$) =15,5

**Ответ: 15,5.**

**Задача 4 .** Дано: 3; - 6; …. - геометрическая прогрессия.

 Найти: S6

 Решение:

Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1} $

g = b2:b1= -6:3=-2.

S6  = $\frac{b\_{6 }\left( g^{6}-1\right) }{g-1} $

S6  = $\frac{3\left(( -2)^{6}-1\right) }{-2-1} $=$\frac{3\*(64-1)}{-3}=-63.$

**Ответ: - 63.**

***3.4.БЕСКОНЕЧНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ.***

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА.**

Ученик идет от стола учителя к двери. Первый шаг он делает длиной 1 метр, другой - полметра, третий- четверть метра и т.д. Дойдет ли ученик до двери, если до нее 3 метра?

**Учитель.** Получили последовательность 1,1/2,1/4, 1/8,….Данная последовательность является бесконечной геометрической прогрессией со знаменателем g = $\frac{1}{2}$ <1.

Определение: **Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия** — это прогрессия, у которой |q| < 1. Для неё определяется понятие суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии как число, к которому неограниченно приближается сумма  первых членов рассматриваемой прогрессии при неограниченном возрастании числа .

**Найдем сумму всех членов геометрической прогрессии, т.е.**

Sn = 1+$\frac{1}{2}$ +$\frac{1}{4}+ \frac{1}{8}$ + $\frac{1}{16}$ +…..+ $\frac{1}{2^{n}}$

Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1}$

 Sn  = $\frac{1 \left(( \frac{1}{2} )^{n}-1\right) }{\frac{1}{2}-1}$= -2 \* ( ($\frac{1}{2}$)n -1 ) = 2 - $\frac{1}{2^{n-1}}$ 2, т.к. при п ∞ вычитаемое стремится к нулю.

Ответ: ученик не сможет дойти до стола учителя.

**3.5. ВЫВОД ФОРМУЛЫ СУММЫ БЕСКОНЕЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ ПРИ | g|<1.**

Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1}$

Sn  = $\frac{b\_{1 }\left( g^{n}-1\right) }{g-1}$ = $\frac{b\_{1}}{g-1}(1-g^{n })$

Если |$ g$ |<1 , то при неограниченном увеличении $n$ множитель $g^{n }$стремится к нулю, а значит разность $1-g^{n }=1-0=1$, т.е. стремится к единице. Поэтому при неограниченном увеличении$ n$ сумма Sn стремится к числу$ \frac{b\_{1}}{g-1}$.

Число $\frac{b\_{1}}{g-1}$ называют суммой бесконечной геометрической прогрессии при

 | $g$ |<1.

Тогда Sn  = $\frac{b\_{1}}{g-1}$.

Заметим, что если | $g$ |>1, то сумма$ n$ первых членов геометрической прогрессии при неограниченном увеличении$ n$ не стремится ни к какому числу. Бесконечная геометрическая прогрессия имеет сумму только при | $g$ |<1.

**Задача 5.** Дано: 7,(12).

 Найти: представить в виде обыкновенной дроби.

 Решение:

7,(12)= 7+0,12+0,0012+0,000012+0,00000012+…

0,12; 0,0012; 0,000012… - геометрическая прогрессия

g = b2:b1= 0,0012:0,12=0,01

|g| = 0,01<1.

Sn = $\frac{1}{1-g}$

Sn = $\frac{0.12}{1-0.01}$ = $\frac{0.12}{0.99}$= $\frac{12}{99}$

7.(12)= 7+$\frac{12}{99}$ = $7\frac{12}{99}= 7\frac{4}{33}= \frac{235}{33}$.

Ответ: 7,(12) = $7\frac{4}{33}$ =$\frac{235}{33} .$

* 1. **СООБЩЕНИЕ УЧЕНИКА.**

Среди геометрических прогрессий особый интерес представляют так называемые бесконечно убывающие геометрические прогрессии.

 Рассмотрим квадраты, изображенные на рисунке. Сторона первого квадрата равна 1, сторона второго равна 1/2, сторона третьего 1/4 и т. д.



Таким образом, стороны квадратов образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 1/2:
1, 1/2, 1/4, ...
Площади этих квадратов образуют геометрическую со знаминателем1/2:
1, 1/4, 1/16, ...
Из рисунка видно, что стороны квадратов и их площади с возрастанием n становится все меньше, приближаясь к нулю. Поэтому каждая из прогрессий называется бесконечно убывающей ,если модуль ее знаменателя меньше единицы.

**4. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ УРОКА.**

 Учитель повторяет весь теоретический материал урока и обращает внимание учащихся на основные понятия и формулы геометрической прогрессии.

 **5. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**

 Изучить материал учебника ( п.27,п.28) и конспекта лекции;

 рассмотреть вывод формулы суммы *п*-первых членов геометрической прогрессии; выучить определение, свойства и формулы.

 **6. ЛИТЕРАТУРА:**

* 1. Алгебра . 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Макарычев и др.-М.: Просвещение,2010.
	2. Алгебра . 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Макарычев и др.-М.: Просвещение,1999.
	3. Учебно – методическая газета « Математика»

 ( приложение к газете « Первое сентября»).

* 1. Журнал « Математика в школе »
	2. Савин А.П.. Станцо В.В. и др. Я познаю мир: Детская энциклопедия: математика. – М.: АСТ, 1996.
	3. Коваленко В.Г.Дидактические игры на уроках математики: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1990.
	4. Интернет. Википедия.