**МОУ ЮЛОВСКАЯ ОСНОВНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА**

**ИНЗЕНСКОГО РАЙОНА УЛЬЯНОВСКОЙ ОБЛАСТИ**

**УРОК- ЛЕКЦИЯ   
 ПО АЛГЕБРЕ**

**( 9 КЛАСС)**

**ПО ТЕМЕ:**

**« ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ**

**ПРОГРЕССИЯ».**

**ВЫПОЛНИЛА**

**УЧИТЕЛЬНИЦА   
 МАТЕМАТИКИ**

**Н.И. ЗУБКОВА.**

**УРОК – ЛЕКЦИЯ**

**ПО АЛГЕБРЕ ( 9 класс )**

**ПО ТЕМЕ: «ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ»**

**( 2 УРОКА)**

**ЦЕЛЬ УРОКА:**

1.Расширить знания учащихся о последовательностях, о прогрессиях.

Ввести понятие геометрической прогрессии, рассмотреть свойства ее членов. С доказательством ввести формулу \_*п*-го члена прогрессии, формулы суммы *п* первых членов прогрессии. Ввести понятие бесконечной убывающей геометрической прогрессии и формулу суммы ее членов.

2. Способствовать формированию у учащихся логического мышления; вычислительных навыков; внимания и аккуратности при применении определения и формул *п*-го члена и суммы *п* первых членов геометрической прогрессии; самостоятельности. Вызвать интерес у учащихся к математике.

3. Способствовать формированию у учащихся умений выделять из представленных последовательностей геометрическую прогрессию, уметь выполнять вывод и применять при решении задач формулы *п*-го члена и формул суммы *п* членов геометрической прогрессии.

**ПЛАН УРОКА:**

1. **Организационный момент.**
2. **Постановка цели урока перед учащимися**.
3. **Изучение нового материала и его закрепление.**

*3.1.Определение геометрической прогрессии*

*3.2.Вывод формулы п-го члена геометрической прогрессии.*

*3*.3*.Вывод формулы суммы n- первых членов геометрической прогрессии.*

*3.4. Определение бесконечной геометрической прогрессии.*

*3.5. Вывод формулы суммы бесконечной геометрической прогрессии*

*при | g|<1.*

*3.6. Сообщение ученика.*

**4. Подведение итогов урока.**

**5. Домашнее задание.**

**6. Литература.**

**ХОД УРОКА.**

1.**Организационный момент.**

**2.Постановка цели урока перед учащимися**.

Научиться выделять среди всех последовательностей

геометрическую прогрессию и ее свойства, решать задачи по теме.

**3.Изучение нового материала и его закрепление.**

**3.1.ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.**

ЗАДАЧА.

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении первой минуты одна из них делится на две. Запишите колонию, рожденную одной бактерией за семь минут.(см. рисунок).

**.**

**. .**

**. . . .**

**. . . . . . . .**

**1***). Выпишите последовательность в соответствии с условием задачи.*

1;2;4;8;16;32;64.

или (bп) - последовательность,

b1 =1; b2=2; b3=4; b4=8; b5=16; b6 =32; b7 =64;

*2) Найдите частное от деления последующего члена на предыдущий член.*

b3 : b2 =4 : 2=2 ;

b4 : b3 =8 : 4=2;

b5 : b4 = 16 : 8=2; и т.д.

|  |
| --- |
| **bп+1: b п =** |

***g* -знаменатель прогрессии.**

**= b2:b1= b3:b2=b4:b3=…= bп+1: b п**

*3).Задайте эту последовательность с помощью рекуррентной формулы.*

b2 = 2b1

b3= 2 b2

b4= 2b3…..

bп+1 = b п

**УЧИТЕЛЬ:** Такую последовательность в математике называют геометрической прогрессией.

*4) Формулировка определения геометрической прогрессии.*

Учащиеся пытаются дать определение геометрической прогрессии, а учитель помогает им.

*5) Работа с учебником.*

Учащиеся находят правило в учебнике, один из учащихся

читает определение вслух, учитель обращает внимание

учащихся на то, что в определение сказано «члены отличные

от нуля». Как вы думаете почему?

*6).Найдите среднее геометрическое чисел 2 и 8; 4и 16; 8и 32;16и 64.*

**=4**

**=8**

**= 16**

**=32**

= bn

Из равенства = b2:b1= b3:b2=b4:b3=…= bп: b п-1 = bп+1: b п

получим bп: b п-1 = bп+1: b п или b 2п = b п-1 \* bп+1 , то

|  |
| --- |
| = bn |

**ВЫВОД: *Каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, есть среднее геометрическое между предыдущим и последующим членами прогрессии. Отсюда и произошло название прогрессии.***

7) Найдите произведение 1 и 7 членов, 2 и 6 членов, 3 и 5 членов геометрической прогрессии и сравните результаты.

b1\*b 7  = 1 \* 64=64

b2\*b 6  = 2 \* 32=64

b3\*b5  = 4 \*16=64

**Вывод: b1⋅bп = b2⋅bп-1 = b3⋅bn – 3 = … , т.е. произведение членов, равноудаленных от концов прогрессии, есть величина постоянная**.

**ЗАДАЧА.1.** Дано: ( bn )-геометрическая прогрессия, b1 =3, =2.

Найти: первые пять членов прогрессии.

Решение:

b2 = b1\* *g* = 3\*2=6

b3 = b2\* *g* =6\*2=12

b4 = b3\* *g* =12\*2=24

b5 = b4\* *g* =24\*2=48

Ответ: 3; 6;12;24;48.

***3.2.ВЫВОД ФОРМУЛЫ П-ГО ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.***

**(** bn**)-**геометрическая прогрессия **,** b1 , g.

b2 = b1\* *g*

b3 = b2\* *g* = b1\* *g*\* *g* = b1\* *g*2

b4 = b3\* *g* = b1\* *g*2 \* *g* = b1\* *g*3

b5 = b4\* *g* = b1\* *g3 \* g* = b1\* *g*4

**…………………………………………….**

b n = b1\* *g*n-1

|  |
| --- |
| b n = b1*\* g*n-1 |

- **формула *п-го* члена геометрической прогрессии.**

**ЗАДАЧА.2.** Дано: ( bn)-геометрическая прогрессия, b1 =8 , =.

Найти: , b6

Решение:

b n = b1\* *g*n-1

b 6 = b1\* *g*6-1

b 6 = 8\*( 5 = 8\* = .

Ответ: b 6 = .

***3.3.ВЫВОД ФОРМУЛЫ СУММЫ n- ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ.***

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА 1.**

Однажды незнакомец постучал в окно к богатому купцу и предложил такую сделку: « Я буду ежедневно в течение 30 дней приносить тебе по 100 000 рублей. А ты мне в первый день за 100 000 рублей дашь 1копейку, во второй день за 100 000 рублей – 2копейки и так каждый день будешь увеличивать предыдущее число денег в два раза. Если выгодна сделка тебе, то с завтрашнего дня и начнем». Купец обрадовался такой сделке. Он подсчитал, что за 30дней получит от незнакомца 3 000 000 рублей. На следующий день они пошли к нотариусу и узаконили сделку. Кто в этой сделке проиграл?

**Учитель:** В этой задаче дана последовательность 1,2,4,8,16,32,64,128,256, ...,которая является геометрической прогрессией. Надо найти сумму тридцати первых членов этой геометрической прогрессии.

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА.2.**

По преданию, индийский принц Сирам, восхищенный остроумием игры и разнообразием возможных положений шахматных фигур, позвал к себе ее изобретателя ученого Сету и сказал ему: « Я желаю достойно вознаградить тебя за эту прекрасную игру. Я достаточно богат, чтобы исполнить любое твое желание». Сета попросил принца положить на первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, на вторую- 2зерна, на третью-4зерна и т. д. Сможет ли принц расплатиться с ученым?

**Учитель:** В этой задаче дана последовательность 1,2,4,8,16,…, которая является геометрической прогрессией. Надо найти сумму 64-х первых членов этой геометрической прогрессии.

**(** bn**) -**геометрическая прогрессия **,** b1 , g.

Sn - сумма п первых членов геометрической прогрессии

Sn =b1 + b2 + b3 + b4 + b5+… + bn-1  + bn

Sn \* *g* =b1\**g+ b2\*g + b3 \*g+ b4 \*g + b5 \*g+… + bn-1  \*g+ bn\*g*

Sn \**g=* *b2 + b3 + b4 + b5+… + bn  + bn \*g*

Sn \**g - Sn  = bn \*g - b1*

Sn  (*g-1) = bn \*g - b1*

Sn  =

|  |
| --- |
| Sn  = |

**формула суммы *п* первых членов геометрической прогрессии**.

b n = b1\* *g*n-1

Sn  =

Sn =

Sn  =

|  |
| --- |
| Sn  = |

**формула суммы *п* первых членов геометрической прогрессии.**

**Учитель:** Вернемся к предложенным задачам –проблемам **.**

К задаче 1.

S30  = = =1073741824 -1 = 1 073 741 823 ( коп)

К задаче 2.

S64 = = = 18 446 744 073 709 551 615 18,5 \*1018

Если бы принцу удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности земли, считая и моря и океаны и горы и пустыни и Арктику и Антарктику и получить удовлетворительный урожай, то за пять лет он бы смог рассчитаться с изобретателем шахмат.

**Задача 3 .** Дано: ( bn)-геометрическая прогрессия, b1 =8 , =.

Найти: S5.

Решение:

Sn  =

S5  =

S5  = =8\* ( - ) \* ( -) =15,5

**Ответ: 15,5.**

**Задача 4 .** Дано: 3; - 6; …. - геометрическая прогрессия.

Найти: S6

Решение:

Sn  =

g = b2:b1= -6:3=-2.

S6  =

S6  = =

**Ответ: - 63.**

***3.4.БЕСКОНЕЧНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ.***

**ЗАДАЧА-ПРОБЛЕМА.**

Ученик идет от стола учителя к двери. Первый шаг он делает длиной 1 метр, другой - полметра, третий- четверть метра и т.д. Дойдет ли ученик до двери, если до нее 3 метра?

**Учитель.** Получили последовательность 1,1/2,1/4, 1/8,….Данная последовательность является бесконечной геометрической прогрессией со знаменателем g = <1.

Определение: **Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия** — это прогрессия, у которой |q| < 1. Для неё определяется понятие суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии как число, к которому неограниченно приближается сумма http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=n первых членов рассматриваемой прогрессии при неограниченном возрастании числа http://chart.apis.google.com/chart?cht=tx&chl=n.

**Найдем сумму всех членов геометрической прогрессии, т.е.**

Sn = 1+ + + +…..+

Sn  =

Sn  = = -2 \* ( ()n -1 ) = 2 - 2, т.к. при п ∞ вычитаемое стремится к нулю.

Ответ: ученик не сможет дойти до стола учителя.

**3.5. ВЫВОД ФОРМУЛЫ СУММЫ БЕСКОНЕЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ ПРИ | g|<1.**

Sn  =

Sn  = =

Если | |<1 , то при неограниченном увеличении множитель стремится к нулю, а значит разность , т.е. стремится к единице. Поэтому при неограниченном увеличении сумма Sn стремится к числу.

Число называют суммой бесконечной геометрической прогрессии при

| |<1.

Тогда Sn  = .

Заметим, что если | |>1, то сумма первых членов геометрической прогрессии при неограниченном увеличении не стремится ни к какому числу. Бесконечная геометрическая прогрессия имеет сумму только при | |<1.

**Задача 5.** Дано: 7,(12).

Найти: представить в виде обыкновенной дроби.

Решение:

7,(12)= 7+0,12+0,0012+0,000012+0,00000012+…

0,12; 0,0012; 0,000012… - геометрическая прогрессия

g = b2:b1= 0,0012:0,12=0,01

|g| = 0,01<1.

Sn =

Sn = = =

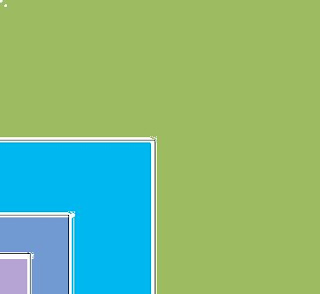
7.(12)= 7+ = .

Ответ: 7,(12) = =

* 1. **СООБЩЕНИЕ УЧЕНИКА.**

Среди геометрических прогрессий особый интерес представляют так называемые бесконечно убывающие геометрические прогрессии.

Рассмотрим квадраты, изображенные на рисунке. Сторона первого квадрата равна 1, сторона второго равна 1/2, сторона третьего 1/4 и т. д.

[](http://2.bp.blogspot.com/-QttJYQ36ERI/Tpw_oEe07aI/AAAAAAAAAAo/B7cVL_SBvtk/s1600/12632438.jpg)

Таким образом, стороны квадратов образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 1/2:  
1, 1/2, 1/4, ...  
Площади этих квадратов образуют геометрическую со знаминателем1/2:  
1, 1/4, 1/16, ...  
Из рисунка видно, что стороны квадратов и их площади с возрастанием n становится все меньше, приближаясь к нулю. Поэтому каждая из прогрессий называется бесконечно убывающей ,если модуль ее знаменателя меньше единицы.

**4. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ УРОКА.**

Учитель повторяет весь теоретический материал урока и обращает внимание учащихся на основные понятия и формулы геометрической прогрессии.

**5. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**

Изучить материал учебника ( п.27,п.28) и конспекта лекции;

рассмотреть вывод формулы суммы *п*-первых членов геометрической прогрессии; выучить определение, свойства и формулы.

**6. ЛИТЕРАТУРА:**

* 1. Алгебра . 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Макарычев и др.-М.: Просвещение,2010.
  2. Алгебра . 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Макарычев и др.-М.: Просвещение,1999.
  3. Учебно – методическая газета « Математика»

( приложение к газете « Первое сентября»).

* 1. Журнал « Математика в школе »
  2. Савин А.П.. Станцо В.В. и др. Я познаю мир: Детская энциклопедия: математика. – М.: АСТ, 1996.
  3. Коваленко В.Г.Дидактические игры на уроках математики: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1990.
  4. Интернет. Википедия.