**Занятие факультатива (7 класс).**

**Учитель Артеева Е.С.**

***Тема: «Делимость и остатки»***

( 80 мин.)

Цель: 1. Познакомить учащихся с применением деления с остатком в решении некоторых задач.

2. Развитие мышления и элементов творческой деятельности (интуиции, смекалки, анализировать, выявлять закономерность, обобщать).

3. Воспитание ответственного отношения к учебному труду, умение преодолевать учебные трудности.

 План:

1. Сообщение темы и постановка целей урока.
2. Изложение теории.
3. Практическая работа (обобщение, закрепление).
4. Домашнее задание: а) Найдите последнюю цифру числа 19891989.

б) Докажите, что 22225555 + 55552222 делится на 7.

 в) Проверить можно ли в утверждениях 1 и 2 заменить тройку любым другим натуральным числом.

 Разделить натуральное число N на натуральное число m с остатком означает представить N в виде N=km + r, где . При этом число r называется остатком от деления N на m.

 Рассмотрим задачу: найти остаток от деления на 3 выражения 22 . 50 + 44 . 10. Можно, конечно, вычислить значение выражения, а затем разделить на 3. Мы поступим так: заменим каждое из чисел на его остаток от деления на 3. Получим выражение 1 . 2 + 2 . 1.

Это число равно 4 и дает остаток 1 при делении на 3. Если проверить, то получим, остаток исходного выражения от деления на 3 так же равен 1. Дело в том, что верны следующие утверждения:

1) Сумма любых двух натуральных чисел и сумма их остатков имеют одинаковые остатки при делении на 3.

2) Произведение любых двух натуральных чисел и произведение их остатков имеют одинаковые остатки при делении на 3.

 (Хотя доказательство этих утверждений несложное, для большинства учащихся оно может оказаться технически перегруженным. Для более подготовленных учащихся докажем, например, второе утверждение.

 Пусть N1 = k1 . 3 + r1

 N2 = k2 . 3 + r2

 Тогда

 N1N2 = (k1 . 3 + r1)(k2 . 3 + r2) = k1k2 . 32 + k1r2 . 3 + k2r1 . 3 + r1r2 = 3 . (3k1k2 + k1r2 + k2r1) + r1r2.

 Следовательно, произведение любых двух натуральных чисел и произведение их остатков имеют одинаковые остатки при делении на 3.)

 *Задача 1.* Докажите, что n3 + 2n делится на 3 для любого натурального n.

Решение: Число n может давать при делении на 3 один из трех остатков: 0; 1; 2. Рассмотрим три случая:

1. Если n дает остаток 0, то n3 и 2n делятся на 3 и поэтому n3 + 3n так же делится на 3.
2. Если n дает остаток 1, то n3 дает остаток 1, 2n остаток 2, а 1 + 2 делится на 3.
3. Если n дает остаток 2, то n2 дает остаток 1, n3 – остаток 2, 2n – остаток 1, а 2 + 1 делится на 3.

Что и требовалось доказать.

*Задача 2.* Докажите, что n2 + 1 не делится на 3 ни при каком натуральном n.

*Задача 3.* Какой цифрой оканчивается число 31995.

Решение: 34 оканчивается цифрой 1, то и любая его степень вида (34)k оканчивается цифрой 1.

1995 = 4 . 498 + 3. Значит, 31995 = (34)498 . 33. Первый множитель оканчивается цифрой 1, а второй 7. Следовательно, 31995 оканчивается цифрой 7.

*Задача 4.* Какой цифрой оканчивается число 32002.

Ответ: цифрой 9.

*Задача 5.* Какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 3.

Решение: Всякое число а в соответствии с остатками от деления его на 3 может быть представлена в одном из видов:

а = 3k, тогда а2 = 9k2

а = 3k + 1, а2 = (3k + 1)2 = 9k2 + 6k + 1 = 3(k2 + 2k) + 1.

а = 3k + 2, a2 = (3k + 2)2 = 9k2 + 12k + 4 = 3(3k2 + 4k + 1) + 1.

k – целое число.

Мы видим, что число а2 либо делится на 3, либо при делении на 3 дает остаток 1. Тем самым мы показали, что квадрат целого числа при делении на 3 не может дать остаток 2.

*Задача 6*. Какие остатки могут получиться при делении квадрата целого числа на 5?

Ответ:

квадрат целого числа не может дать при делении на 5 остаток 2 или 3.