Урок по теме:

«Геометрическое решение негеометрических задач»

Сивак Светлана Олеговна

учитель математики

высшей категории

Гимназии №56

Петроградского района

Санкт-Петербурга

21.01.2010

Необходимое оборудование: компьютер и интерактивная доска с установленными на них программами Smart Notebook, «Живая математика»,раздаточный материал.

Цели и задачи урока:

*Образовательные:*

* Показать преимущества геометрического способа решения алгебраических задач, заключающиеся в его наглядности и изящности решения;
* Выявить связь между разными разделами школьной математики;
* Рассмотреть ряд приемов решения нестандартных задач;
* Подготовка учащихся к ЕГЭ;

*Развивающие:*

* Развивать логическое мышление
* Развивать навыки анализа, обобщения и умения делать выводы
* Развивать интерес к предмету;
* Развивать геометрические представления учащихся

*Воспитательные:*

1. Воспитывать умение внимательно слушать;
2. Воспитывать самостоятельность учащихся.

Ход урока:

1. Проверка домашнего задания.

На дом учащимся была задана задача:

*Два всадника выезжают одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Один прибывает в B через 27 минут после встречи, а другой прибывает в A через 12 минут после встречи. За сколько минут проехал каждый всадник свой путь?*

Один из учеников перед началом урока написал на доске решение данной задачи. Учащиеся в начале урока имеют возможность сравнить свое решение с тем, что предложено на доске, выявить ошибки, или проследить ход решения, если задача не получилась дома.

Далее учитель предлагает свой вариант решения, использующий геометрический подход к задаче.

   

Данные чертежи иллюстрируют ход решения задачи, использующий подобие треугольников. Это решение учитель прописывает тут же на доске с помощью учащихся, комментирующих это решение.

1. Введение нового материала.

Учитель сообщает учащимся, что рассмотренный метод решения домашней задачи является геометрическим методом и его также можно применять при решении уравнений и их систем из различных разделов алгебры (иррациональных уравнений, тригонометрических уравнений и т.д.)

Рассматривается задача:

Задача 1. Имеет ли система уравнений решения при x0, y0, z0

$\left\{\begin{array}{c}х^{2}+ху+у^{2}=4;\\х^{2}+хz+z^{2}=9\\z^{2}+zy+y^{2}=36\end{array}\right.$ ?

Решение.

Каждое из данных уравнений может быть представлена как теорема косинусов:



Совмещая равные стороны данных треугольников (1200+1200+1200=3600), мы должны получить единый треугольник со сторонами 2, 3 и 6. А поскольку такой треугольник не существует (неравенство треугольников), делается вывод, что система решений не имеет.

Ответ: нет решений.

Далее рассматривается задача 2.



Рассуждения аналогичны рассуждениям в задаче 1. Замечаем, что первые 2 уравнения иллюстрируют теорему, обратную теореме Пифагора для прямоугольных треугольников:

числа х,у и 3 являются соответственно длинами катетов и гипотенузы первого треугольника, а у, z и 4 – стороны второго прямоугольного треугольника. Совмещая стороны, равные у, получаем новый треугольник со сторонами 3, 4 и х+z.

Учитывая третье уравнение и теорему, обратную теореме о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике, делаем вывод, что полученный треугольник – прямоугольный.

Рассмотрим сумму ху+уz=у(х+z). Т.к. площадь полученного треугольника равна 0,5у(х+у), то ху+уz=2SΔ, которую можно вычислить как половину произведения катетов данного треугольника. Имеем 3.4=12.

Ответ: 12.

Задача №3.

Принцип решения данной задачи аналогичен рассмотренным выше решениям: каждую из записей интерпретируем с помощью геометрических фигур.





Далее совмещаем их как показано на рисунке



 

Так как рассматриваемая в задаче сумма будет наименьшей в том случае, когда отрезки АD= и DB=лежат на одной прямой, то получаем треугольник АСВ, в котором ∠АСВ=∠DCB+∠АСD=300+900=1200, АС=2, СВ=3. Применяя теорему косинусов, находим сторону АВ.

АВ=$\sqrt{19}$

Ответ: $\sqrt{19}$

Решение данной задачи можно также проиллюстрировать с помощью программы «Живая математика», построив график соответствующей функции.

1. Подведение итогов урока и постановка домашнего задания.

В качестве домашнего задания ребятам может быть предложена следующая задача:



Подсказкой к решению этой задачи может являться слайд:



Ответ также можно заранее сообщить ученикам (для самопроверки)

Ответ: $\frac{60\sqrt{2}}{17}$

